

**ESTUDIO DEL EFECTO DE LA DISTORSIÓN ARMÓNICA DE TENSIÓN  
SOBRE LA OPERACIÓN DEL MOTOR TRIFÁSICO DE INDUCCIÓN EN  
ESTADO ESTACIONARIO**

**DIEGO FERNANDO VALENCIA GARCIA**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE ENERGÉTICA Y MECÁNICA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
SANTIAGO DE CALI  
2012**

**ESTUDIO DEL EFECTO DE LA DISTORSIÓN ARMÓNICA DE TENSIÓN  
SOBRE LA OPERACIÓN DEL MOTOR TRIFÁSICO DE INDUCCIÓN EN  
ESTADO ESTACIONARIO**

**DIEGO FERNANDO VALENCIA GARCÍA**

**Proyecto de grado para optar al título de  
Ingeniero Electricista**

**Director  
ENRIQUE CIRO QUISPE OQUEÑA  
Doctor en Ingeniería Eléctrica**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE ENERGÉTICA Y MECÁNICA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
SANTIAGO DE CALI  
2012**

**Nota de aceptación:**

**Aprobado por el Comité de Grado en cumplimiento de los requisitos exigidos por la Universidad Autónoma de Occidente para optar al título de Ingeniero Electricista**

**JOSÉ MANUEL ALLER CASTRO**

**GABRIEL GONZÁLEZ PALOMINO**

**Santiago de Cali, 03 de Agosto de 2012**

Dedico este trabajo, fruto de mi esfuerzo y voluntad a:

Mis padres **Nilza Leonor García** y **José Gilberto Valencia**, gracias por todo su apoyo, comprensión y motivación, gracias por educarme, hacerme quien soy y por enseñarme a *soñar*.

Mi hermana **Adriana María Valencia**, por ser fuente de inspiración y motivación, por ser un ejemplo a seguir durante toda mi formación académica.

Mis sobrinos **Santiago Tafur** y **Catalina Tafur** y mi cuñado **Diego Tafur**, por siempre estar ahí para apoyarme y animarme.

Mi primo y padrino, **Oscar García** por elegir ayudarme ante muchas situaciones, por sustentar mi presente y futuro.

Mi novia, **Cindy Johana Fonseca**, por motivarme cada día a seguir soñando, a seguir luchando y a seguir creciendo, por ser fuente de inspiración y admiración y por ser mi constante apoyo en los momentos felices y en los difíciles.

## **AGRADECIMIENTOS**

Este proyecto de investigación ha sido desarrollado gracias al constante apoyo de muchas personas a las que les expreso mis más sinceros agradecimientos:

A mi director de proyecto: Dr. Enrique Ciro Quispe Oqueña, profesor titular de la Universidad Autónoma de Occidente y director del Grupo de Investigación en Energías GIEN quien no solo me asesoró en el desarrollo del proyecto, sino a lo largo de toda mi carrera profesional y mi formación como ingeniero electricista, como investigador y como persona.

A Rosaura Castrillón, directora de programa de ingeniería eléctrica de la Universidad Autónoma de Occidente, por su gran apoyo durante en el desarrollo de este proyecto, por sus asesorías tanto técnicas como de gestión de procesos de carácter administrativo, por brindarme la idea para el proyecto y por creer siempre en mi, apoyarme y motivarme a dar cada día más por mi futuro.

Al cuerpo docente de ingeniería eléctrica, Dr. Gabriel González, Dr. Yuri López y al Dr. Paul Manrique por su incondicional y constante apoyo técnico y emocional.

A Diego Fernando Polo y Edward Angulo por sus asesorías técnicas en los procedimientos experimentales realizados en el Laboratorio de Conversión de Energía de la Universidad Autónoma de Occidente.

A Cindy Johana Fonseca por su asesoría en la programación en MATLAB, en el manejo de sus opciones graficas, de la algoritmia necesaria para alcanzar los objetivos de este proyecto y por su incomparable apoyo emocional durante todo el proceso.

A Ivan Enrique Zuñiga por su apoyo académico, por su amistad y por motivar mi iniciativa hacia la investigación a través del GIEN.

## CONTENIDO

	pág.
<b>RESUMEN</b>	<b>16</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>18</b>
<b>1. ANTECEDENTES Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b>	<b>20</b>
<b>1.1 ANTECEDENTES</b>	<b>20</b>
<b>1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b>	<b>23</b>
<b>1.3 OBJETIVOS</b>	<b>24</b>
<b>1.3.1 Objetivo general</b>	<b>24</b>
<b>1.3.2 Objetivos específicos</b>	<b>24</b>
<b>2. CIRCUITO EQUIVALENTE DEL MOTOR TRIFÁSICO DE INDUCCIÓN INCLUYENDO ARMÓNICOS DE TENSIÓN</b>	<b>25</b>
<b>2.1 CIRCUITO ELÉCTRICO EQUIVALENTE DEL MOTOR DE INDUCCIÓN ALIMENTADO CON TENSIÓN SINUSOIDAL</b>	<b>25</b>
<b>2.1.1 Representación monofásica</b>	<b>26</b>
<b>2.1.2 Modelo físico de cada fase</b>	<b>27</b>
<b>2.1.3 Circuito equivalente T</b>	<b>28</b>
<b>2.1.4 Formulación del circuito equivalente</b>	<b>29</b>
<b>2.2 OPERACIÓN DEL MOTOR DE INDUCCIÓN ALIMENTADO CON TENSIÓN NO SINUSOIDAL</b>	<b>34</b>
<b>2.2.1 Análisis de señales no sinusoidales</b>	<b>34</b>
<b>2.2.2 Característica del sistema de alimentación con armónicos</b>	<b>35</b>
<b>2.2.3 Secuencia de fases de los armónicos</b>	<b>36</b>

2.2.4 Efecto de la secuencia de fases de los armónicos sobre el motor de inducción	38
2.2.5 Operación del motor de inducción alimentado con armónicos	38
2.2.6 Circuito equivalente del motor de inducción en presencia de armónicos	40
2.3 DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS DEL CIRCUITO EQUIVALENTE CON ARMÓNICOS	42
2.3.1 Variación de las reactancias	42
2.3.2 Variación de la resistencia de pérdidas en el hierro	43
2.3.3 Variación del deslizamiento con la frecuencia	44
2.3.4 Estimación del valor de las resistencias de pérdidas adicionales	45
3. ECUACIONES Y MÉTODOS PARA DETERMINAR LA OPERACIÓN DEL MOTOR DE INDUCCIÓN ALIMENTADO CON ARMÓNICOS DE TENSIÓN	48
3.1 SOLUCIÓN DEL CIRCUITO ELÉCTRICO EQUIVALENTE CON ARMÓNICOS	48
3.2 CÁLCULO DE POTENCIAS Y PÉRDIDAS DEL CIRCUITO EQUIVALENTE	49
3.2.1 Distribución de potencias del motor de inducción	50
3.2.2 Cálculo de potencias y pérdidas del modelo propuesto	50
3.3 CÁLCULO DE LA EFICIENCIA DEL MOTOR DE INDUCCIÓN EN PRESENCIA DE ARMÓNICOS	52
3.4 CÁLCULO DEL FACTOR DE POTENCIA DEL MOTOR DE INDUCCIÓN EN PRESENCIA DE ARMÓNICOS	53
3.5 CÁLCULO DE LA POTENCIA DEL MOTOR DE INDUCCIÓN EN PRESENCIA DE ARMÓNICOS	53

<b>4. DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE PARÁMETROS DEL CIRCUITO ELÉCTRICO EQUIVALENTE INCLUYENDO ARMÓNICOS DE TENSIÓN</b>	<b>55</b>
<b>4.1 MÉTODO PARA EL CÁLCULO DE PARÁMETROS A FRECUENCIA FUNDAMENTAL A PARTIR DE PRUEBAS</b>	<b>55</b>
4.1.1 Ensayo de corriente directa	56
4.1.2 Ensayo en vacío	57
4.1.2.1 Corriente de vacío	58
4.1.2.2 Pérdidas de vacío	58
4.1.2.3 Fricción y ventilación	58
4.1.2.4 Pérdidas en el núcleo	60
4.1.3 Ensayo de rotor bloqueado	60
4.1.3.1 Cálculos	60
4.1.4 Ensayo a deslizamiento nominal	63
4.1.4.1 Cálculos	63
<b>4.2 ENSAYOS A UN MOTOR DE 3 HP</b>	<b>64</b>
4.2.1 Datos de placa del motor de prueba	64
4.2.2 Instalaciones de laboratorio	65
4.2.3 Instrumentación empleada	67
4.2.3.1 Multímetro digital	67
4.2.3.2 Tacómetro digital	68
4.2.3.3 Analizador de redes	69
4.2.4 Procedimiento para determinar incertidumbres	71
4.2.4.1 Incertidumbre de instrumentos digitales	71
4.2.4.2 Incertidumbre a partir de diversas muestras	72



4.2.4.3	Incertidumbre medida a partir de una función	73
4.2.5	Características de la red eléctrica	73
4.2.6	Ensayo de corriente directa	74
4.2.7	Ensayo en vacío	75
4.2.8	Ensayo de rotor bloqueado	77
4.2.8.1	Cálculos	77
4.2.9	Ensayo a deslizamiento nominal	79
4.2.9.1	Cálculos	79
4.3	PARÁMETROS DEL MOTOR A FRECUENCIA FUNDAMENTAL	79
4.4	CÁLCULO DE PARÁMETROS DEL CIRCUITO EQUIVALENTE INCLUYENDO ARMÓNICOS DE TENSIÓN	80
4.4.1	Variación de las reactancias	81
4.4.2	Variación de la resistencia de pérdidas en el hierro	81
4.4.3	Variación del deslizamiento con la frecuencia	82
4.4.4	Estimación del valor de las resistencias de pérdidas adicionales	83
5.	SIMULACIONES Y RESULTADOS	87
5.1	CARACTERIZACIÓN DE LA ALIMENTACIÓN: FORMAS DE ONDA Y CONTENIDO ARMÓNICO	87
5.2	EFFECTO DE LOS ARMÓNICOS SOBRE LA EFICIENCIA DEL MOTOR	90
5.3	EFFECTO DE LOS ARMÓNICOS SOBRE EL FACTOR DE POTENCIA	92
5.4	EFFECTO DE LOS ARMÓNICOS SOBRE LA POTENCIA DEL MOTOR	94
6.	CONCLUSIONES	97

<b>7. RECOMENDACIONES</b>	<b>99</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>100</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA</b>	<b>104</b>

## LISTA DE CUADROS

	pág.
<b>Cuadro 1. Parámetros y variables del circuito equivalente del motor de inducción</b>	<b>33</b>
<b>Cuadro 2. Secuencia de fases</b>	<b>37</b>
<b>Cuadro 3. Características de placa del motor seleccionado</b>	<b>65</b>
<b>Cuadro 4. Características de precisión del multímetro para medición de tensión y corriente en CD</b>	<b>68</b>
<b>Cuadro 5. Características de precisión del tacómetro digital</b>	<b>69</b>
<b>Cuadro 6. Características de precisión del analizador de redes</b>	<b>71</b>
<b>Cuadro 7. Valores medios medidos en ensayo de CD</b>	<b>75</b>
<b>Cuadro 8. Resistencia por fase del estátor</b>	<b>75</b>
<b>Cuadro 9. Resultados de la medición en vacío</b>	<b>76</b>
<b>Cuadro 10. Pérdidas de fricción y ventilación y del hierro</b>	<b>76</b>
<b>Cuadro 11. Resultados de medición del ensayo de rotor bloqueado</b>	<b>77</b>
<b>Cuadro 12. Cálculos de la prueba de rotor bloqueado</b>	<b>78</b>
<b>Cuadro 13. Mediciones de la prueba a deslizamiento nominal</b>	<b>79</b>
<b>Cuadro 14. Cálculos basados en la prueba de deslizamiento nominal</b>	<b>79</b>
<b>Cuadro 15. Parámetros del circuito equivalente sin armónicos (elementos pasivos del circuito)</b>	<b>80</b>
<b>Cuadro 16. Variación de las reactancias con armónicos</b>	<b>81</b>
<b>Cuadro 17. Variación de la resistencia de pérdidas en el hierro</b>	<b>82</b>
<b>Cuadro 18. Variación del deslizamiento nominal con armónicos</b>	<b>82</b>

<b>Cuadro 19. Resistencias de pérdidas adicionales</b>	<b>84</b>
<b>Cuadro 20. Contenido armónico de las formas de onda</b>	<b>87</b>

## LISTA DE FIGURAS

	pág.
<b>Figura 1. Despiece del motor de inducción con rotor tipo jaula de ardilla</b>	<b>26</b>
<b>Figura 2. Modelo físico aproximado de la máquina rotativa</b>	<b>28</b>
<b>Figura 3. Equivalente T del circuito de la Figura 2</b>	<b>29</b>
<b>Figura 4. Circuito equivalente del estátor de la máquina</b>	<b>30</b>
<b>Figura 5. Circuito equivalente del rotor de la máquina</b>	<b>31</b>
<b>Figura 6. Circuito eléctrico equivalente del motor de inducción</b>	<b>32</b>
<b>Figura 7. Circuito equivalente del motor de inducción con resistencia de carga</b>	<b>32</b>
<b>Figura 8. Excitación no sinusoidal descompuesta del motor de inducción</b>	<b>35</b>
<b>Figura 9. Diagrama fasorial de secuencias de fase</b>	<b>37</b>
<b>Figura 10. Distribución de flujo a) frecuencia fundamental, b) armónicos</b>	<b>39</b>
<b>Figura 11. Circuito equivalente modificado del motor de inducción para una señal de alimentación del armónico <math>k</math>.</b>	<b>41</b>
<b>Figura 12. Procedimiento de cálculo de variables del circuito equivalente con armónicos</b>	<b>49</b>
<b>Figura 13. Distribución de pérdidas del motor de inducción</b>	<b>50</b>
<b>Figura 14. Esquema para el ensayo con corriente directa</b>	<b>57</b>
<b>Figura 15. Pérdidas de vacío en función de la tensión</b>	<b>59</b>
<b>Figura 16. Pérdidas de vacío en función de la tensión al cuadrado</b>	<b>59</b>
<b>Figura 17. Motor seleccionado para pruebas</b>	<b>64</b>
<b>Figura 18. Fuente variable de corriente directa</b>	<b>65</b>

<b>Figura 19. Autotransformador trifásico</b>	<b>66</b>
<b>Figura 20. Fuente de tensión trifásica</b>	<b>66</b>
<b>Figura 21. Multímetro digital empleado</b>	<b>67</b>
<b>Figura 22. Tacómetro digital Shimpo DT-205B</b>	<b>68</b>
<b>Figura 23. Analizador de redes HT</b>	<b>69</b>
<b>Figura 24. Pinzas para la medición de corriente</b>	<b>70</b>
<b>Figura 25. Pinzas para la medición de tensión</b>	<b>70</b>
<b>Figura 26. Montaje para el ensayo de corriente directa</b>	<b>74</b>
<b>Figura 27. Motor alimentado por autotransformador para ensayos de vacío, rotor bloqueado y deslizamiento a tensión reducida</b>	<b>75</b>
<b>Figura 28. Regresión lineal realizada en MATLAB</b>	<b>77</b>
<b>Figura 29. Circuito equivalente del motor de 3 HP a tensión sinusoidal</b>	<b>80</b>
<b>Figura 30. Correspondencia asignada de pérdidas bajo carga en motores de inducción</b>	<b>84</b>
<b>Figura 31. Parámetros del circuito equivalente del motor de inducción con primer armónico y deslizamiento variable</b>	<b>85</b>
<b>Figura 32. Parámetros del circuito equivalente del motor de inducción con quinto armónico y deslizamiento variable</b>	<b>85</b>
<b>Figura 33. Parámetros del circuito equivalente del motor de inducción con séptimo armónico y deslizamiento variable</b>	<b>86</b>
<b>Figura 34. Forma de onda sinusoidal. Sin distorsión armónica</b>	<b>88</b>
<b>Figura 35. Forma de onda número 1: 10% del quinto armónico</b>	<b>88</b>
<b>Figura 36. Forma de onda número 2: 15% del quinto armónico y 10% del séptimo armónico</b>	<b>89</b>
<b>Figura 37. Forma de onda número 3: 20% del quinto armónico y 15% del séptimo armónico</b>	<b>89</b>

<b>Figura 38. Algoritmo para determinar el cambio en la eficiencia del motor de inducción con armónicos</b>	<b>90</b>
<b>Figura 39. Efectos de la distorsión armónica de tensión sobre la eficiencia del motor de inducción</b>	<b>91</b>
<b>Figura 40. Algoritmo para determinar el cambio en el factor de potencia del motor de inducción con armónicos</b>	<b>93</b>
<b>Figura 41. Efectos de la distorsión armónica de tensión sobre el factor de potencia del motor de inducción</b>	<b>94</b>
<b>Figura 42. Algoritmo para determinar el cambio en la potencia del motor de inducción con armónicos</b>	<b>95</b>
<b>Figura 43. Efectos de la distorsión armónica de tensión sobre la potencia del motor de inducción</b>	<b>96</b>

## RESUMEN

Con el aumento de la competitividad empresarial y la necesidad de desarrollar procesos productivos que empleen de manera eficiente la energía los motores de inducción se postulan como elemento clave en el desarrollo de técnicas de optimización de procesos industriales consumiendo estos aproximadamente el 80% de la energía eléctrica de las industrias en el mundo.

Ante el creciente uso de cargas no lineales y con ellas el deterioro de la calidad de la energía en los sistemas de alimentación, los motores de inducción diseñados para operar ante condiciones sinusoidales pueden verse afectados en cuanto a su operación en términos de la eficiencia como factor de aprovechamiento de la energía. Se propone entonces en este proyecto cuantificar el efecto de la distorsión armónica de tensión como indicador de una calidad de la energía deteriorada sobre la operación de los motores de inducción en términos de su eficiencia, factor de potencia y potencia.

El proyecto se presenta entonces en cinco capítulos ordenados así:

El capítulo uno plantea el estado del arte de la temática esbozada, lo que permite identificar una pregunta problema y proponer los objetivos del proyecto.

El capítulo dos presenta el estudio de la operación del motor de inducción en sus condiciones normales de operación a partir de la formulación de su circuito eléctrico equivalente; analiza la operación del motor de inducción en condiciones no sinusoidales alrededor de los efectos de los armónicos en su operación, planteando la necesidad de modificar el circuito eléctrico equivalente definido convencionalmente. Es descrito así un circuito equivalente modificado, con sus respectivas relaciones de parámetros.

El tercer capítulo explica y define las ecuaciones, los métodos y el procedimiento a seguir para resolver el circuito equivalente con armónicos, calcular las pérdidas y potencias del motor a partir de sus circuitos y determinar la eficiencia, el factor de potencia y la potencia en condiciones no sinusoidales.



En el capítulo cuatro se determinan los parámetros del circuito modificado propuesto para un motor real de 3 HP; estos son calculados a partir de los parámetros del circuito equivalente convencional, los cuales son al mismo tiempo definidos experimentalmente con base en pruebas recomendadas por la normativa internacional.

El capítulo cinco presenta las simulaciones a realizar empleando los parámetros ya obtenidos, describiendo los escenarios en los que se simulará, qué software se utilizará y los algoritmos que se implementan en el mismo para caracterizar y cuantificar los efectos de los armónicos sobre la eficiencia, el factor de potencia y la potencia del motor de inducción.

El sexto capítulo presenta las conclusiones del proyecto obtenidas a partir de los resultados de la simulación, en las que se plantea la efectividad de emplear el circuito modificado propuesto para inferir sobre la operación del motor, la reducción significativa de la eficiencia del motor en condiciones no sinusoidales, la no variación del factor de potencia ante las mismas condiciones y la reducción de la potencia de salida del motor.

Finalmente en el séptimo capítulo se recomienda la desclasificación de la potencia del motor de inducción en condiciones no sinusoidales al igual que el constante monitoreo de las fuentes de alimentación de los motores de inducción para caracterizar los niveles de distorsión armónica de las mismas.

*Palabras Claves:* Alimentación, Armónicos, Circuito equivalente, Eficiencia, Factor de Potencia, Motor, Potencia, Trifásico.

## INTRODUCCIÓN

Hoy en día, con los altos índices de competitividad empresarial internacionales y la crisis energética y ambiental, las diferentes compañías han optado por buscar constantemente incrementos en la eficiencia de los procesos productivos, mejorando su rendimiento al menor costo mediante sistemas de computación, convertidores de potencia y dispositivos electrónicos en general.

Así, se ha generado en los últimos años un considerable incremento en el uso de dispositivos con comportamientos no lineales que son conectados a los sistemas de potencia y que degradan los parámetros asociados a la calidad de la energía, entendiendo esta como la medida de las desviaciones de tensión, corriente, frecuencia, y/o forma de onda de la señal que llega a los dispositivos eléctricos y electrónicos de los usuarios de energía eléctrica. Entre los principales problemas de calidad de la energía se puede identificar la alteración de la forma de onda de la fuente sinusoidal de la red, lo cual indica que esta forma de onda tiene una contaminación armónica que afectará directamente a las cargas conectadas al sistema eléctrico que puede derivar en consecuencias tales como interferencias en las telecomunicaciones, pérdidas de confiabilidad para los usuarios del sistema de potencia, incremento de los costos de operación, sobrecalentamiento de equipos, mediciones imprecisas de potencia y energía total consumida y fallas u operación inadecuada en máquinas, transformadores y capacitores.

Los motores eléctricos de inducción o máquinas asíncronas constituyen los dispositivos de tracción más empleados en el mundo, con un mayor impacto en procesos de tipo industrial; sector en el cual consumen aproximadamente el 80% de la energía eléctrica total empleada<sup>1</sup>. Estos motores han ocupado su importante lugar en los usos industriales debido a sus ventajas frente a otros tipos de máquinas eléctricas, entre las cuales están el no requerir excitación adicional, robustez, economía, menores costos de mantenimiento, entre otras, lo cual los posiciona como uno de los objetos clave, a nivel de las industrias mismas y países competitivos, para mejorar los índices de uso racional y eficiente de la energía eléctrica.

Las características nominales de operación de un motor eléctrico de inducción tales como la potencia, la eficiencia y el factor de potencia están definidas cuando el motor está alimentado con un sistema simétrico de tensiones cuyas ondas

---

<sup>1</sup> EAST TENNESSEE STATE UNIVERSITY - ETSU, *et al.* Energy Savings with Electric Motors and Drives. Good Practice Guide 2. 2 ed. Londres: Crown, 1998, p 1-5.

tienen forma sinusoidal y magnitud igual a la tensión nominal, es decir, que deben tener los adecuados parámetros de calidad de la energía. Cuando el motor es alimentado con tensiones no sinusoidales en sus terminales de conexión se originan armónicos de flujo en el interior del mismo; este fenómeno contribuye al aumento de pérdidas, elevación de la temperatura y detrimento de la potencia nominal, eficiencia y tiempo de vida de la máquina. Adicionalmente existe un riesgo de disminución de la vida útil del motor asociado al deterioro de los aislamientos causados por la presencia de altas frecuencias, conocido como el componente  $dv/dt$ , sin embargo solo se tienen en cuenta los armónicos de bajo orden por lo que este efecto es despreciado en este estudio.

Es así como se hace importante conocer la medida en la cual se afecta el consumo energético de los motores cuando su fuente de alimentación no es una senoide pura, es decir, cuando tiene contaminación armónica, con el fin de obtener criterios de evaluación y posterior decisión ante la posibilidad de implementar una solución a esta problemática, la cual puede ser mediante filtros de potencia o simplemente, desclasificar la potencia del motor, pues ante el incremento del nivel de armónicos, aumentan las pérdidas y el motor no podrá trabajar a su potencia nominal.

En este proyecto se identifica el efecto que la distorsión armónica de tensión tiene sobre las características de operación del motor de inducción con énfasis en el incremento de las pérdidas debido a armónicos de bajo orden y ofrece criterios de análisis para cuantificar el impacto de esta problemática y tomar decisiones, según sea el caso, sobre si es conveniente realizar inversiones en mejorar la calidad de la energía o desclasificar la potencia del motor analizado.

# 1. ANTECEDENTES Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

## 1.1 ANTECEDENTES

La distorsión de la onda de tensión ha sido objeto de estudio desde inicios del siglo XX, pero su interés se incrementó al aumentar el uso de la electrónica de potencia en procesos productivos. Se comenzó entonces a investigar el efecto de la distorsión de las señales de alimentación en estos procesos, analizando, entre otros, cómo afectaban estas señales a los motores de inducción, los más importantes en el sector industrial.

Así, Doggett y Queer<sup>2</sup> presentaron en 1929, por primera vez, una investigación preliminar alrededor de la operación del motor de inducción alimentado por tensiones no sinusoidales, sugiriendo que de conocerse el patrón periódico de esta señal, la misma debía analizarse empleando series de Fourier y la respuesta del motor debía calcularse a partir del principio de superposición en los circuitos equivalentes, siempre y cuando se despreciara el efecto de saturación magnética.

Chalmers y Sarkar<sup>3</sup> realizaron en 1968 un estudio analítico y experimental de las pérdidas adicionales dadas en los motores de inducción alimentados con formas de onda no sinusoidales, comparando estas con máquinas del mismo tipo en condiciones de operación normales. Estos autores demostraron que las pérdidas en los motores de inducción son mayores si las señales de alimentación tienen un mayor contenido armónico. Este mismo año, Klingshirn y Jordan<sup>4</sup> propusieron un modelo del motor de inducción trifásico que permitía evaluar el desempeño del mismo alimentado por tensiones no sinusoidales; el método empleado para este fin consistió en analizar el circuito eléctrico equivalente del motor alimentado por fuentes de tensión de diferentes frecuencias armónicas mediante el principio de superposición, obteniendo los valores de sus parámetros a partir de algunos supuestos y empleando las curvas de corrección de Alger. Se concluye con esta investigación, tras analizar pérdidas y pares de rotación, que las pérdidas de una máquina alimentada con contenido armónico son significativamente diferentes de las de una alimentada con tensiones sinusoidales, y que estas aumentan con el contenido armónico de la señal de entrada. En cuanto al par se encontró que no varía significativamente en condición de armónicos.

---

<sup>2</sup> DOGGETT L.A. y QUEER E.R. Induction motor operation with Nonsinusoidal impressed voltages, En: AIEE Trans. Vol. 48, 1929, p 1217–1220.

<sup>3</sup> CHALMERS, B.J. y SARKAR, B.R. Induction-motor losses due to nonsinusoidal supply waveforms. En: Proceedings of the Institution of Electrical Engineers IEE, vol. 115, No. 12, 1968, p 1777 – 1782.

<sup>4</sup> KLINGSHIRN, E.A. y JORDAN, H.E. Polyphase Induction Motor Performance and Losses on Nonsinusoidal Voltage Sources. En: IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. Vol. 87, no.3, Marzo de 1968, p.624 – 631.

En 1989 Sen y Landa<sup>5</sup> discuten acerca de la desclasificación del motor de inducción cuando sobre este hay una fuente de alimentación con distorsión armónica, partiendo de las recomendaciones dadas en el estándar IEEE 519 de 1981, concluyendo que al contrario de las recomendaciones dadas en el documento base, puede darse el caso en que se deba desclasificar la potencia del motor con una distorsión armónica menor al 5%, con un mayor impacto en máquinas con potencias menores a 5 HP.

A lo largo de estos años el mismo estudio fue realizado, empleando los recursos y herramientas innovadoras de cada generación con el fin de actualizar y dar mayor confiabilidad a los resultados obtenidos, pues esta temática, con el incremento constante de cargas no lineales, cobraba cada vez mayor importancia en el sector industrial – energético.

En el 2000 Jalilian, *et al.*<sup>6</sup> investigaron el comportamiento de un motor de inducción de alta eficiencia de 7,5 kW alimentado por una fuente distorsionada. Para ello emplearon métodos experimentales utilizando un generador de armónicos trifásico, un calorímetro de doble cámara y un sistema de adquisición de datos en PC. Se concluye tras el estudio que los armónicos de menor orden tienen mayor contribución al aumento de las pérdidas de la máquina y que el THD no es un índice adecuado para medir este impacto. Sugieren igualmente un factor de desclasificación adecuado para el motor en estas condiciones.

Vamvakari, A., *et al.*<sup>7</sup> estudiaron en 2001 el desempeño del motor de inducción cuando su fuente de alimentación está distorsionada, proponiendo un nuevo circuito equivalente para el motor en estas condiciones para emular las pérdidas adicionales debidas a los armónicos. Comprobaron entonces la capacidad de esta nueva topología experimentando sobre un motor de 1,5 kW obteniendo resultados satisfactorios.

En 2002, Papazacharopoulos, *et al.*<sup>8</sup> presentan una metodología para una modificación del circuito equivalente del motor de inducción cuando trabaja con alimentación no sinusoidal en el caso de los inversores. Este método se fundamenta en hallar las pérdidas por armónicos en el hierro empleando un

---

<sup>5</sup> SEN, Pankaj K. y LANDA, Héctor A. Derating of induction motors due to waveform distortion. En: 36th Annual Petroleum and Chemical Industry Conference (11 – 13, Septiembre), Memorias, IEEE Industrial Applications Society, 1989, p 29 – 34.

<sup>6</sup> JALILIAN, A.; GOSBELL, V.J. y PERERA, B.S.P. Performance of a 7.5kW induction motor under harmonically distorted supply conditions. En: 2000 Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (7 – 10, Marzo), Memorias, IEEE, 2000, p 355 – 359.

<sup>7</sup> VAMVAKARI, A. *et al.* Analysis of supply voltage distortion effects on induction motor operation. En: IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 16, No. 3, Septiembre de 2001. p 209 – 213.

<sup>8</sup> PAPAZACHAROPOULOS, Z. *et al.* Dynamic induction motor model for non-sinusoidal supply. En: IEEE 33rd Annual Power Electronics Specialists Conference, Memorias, Vol. 2. IEEE, 2002, p 845 – 850.

modelo 3D de elementos finitos. De igual manera realiza una validación experimental sobre un motor de 20kW.

Algunos fabricantes también han realizado investigaciones acerca de esta problemática, con el fin de mejorar sus diseños e igualmente los servicios que ofrecen ante sus clientes. Así, la WEG, compañía fabricante de motores, controladores y que brinda servicios asociados mayormente asociados al uso de la energía eléctrica en la industria, publicó un documento titulado “Motores de inducción alimentados por convertidores de frecuencia PWM”<sup>9</sup> en el cual, entre otras temáticas, evidencia los efectos que tienen las componentes armónicas de los convertidores de potencia sobre diferentes características de operación del motor como la eficiencia, la temperatura, el par y los sistemas de aislamiento.

En Colombia no se le ha restado importancia a estos estudios. Así, por ejemplo, en la Universidad de Antioquia<sup>10</sup> se realizó en el 2004 una revisión acerca de los estudios relacionados con los efectos que tienen los armónicos en los motores de inducción, recopilando temáticas como la medición de la distorsión armónica, su efecto sobre las pérdidas, aumento de temperatura, disminución de la vida útil, pérdida de capacidad, aumento de ruido acústico y el detrimento de la eficiencia y el factor de potencia de los motores trifásicos de inducción. Esta revisión permitió concluir a los autores la importancia de medir la distorsión armónica para comprender cuanto afecta la misma a la operación de los motores. Asimismo resaltaron los importantes efectos de los subarmónicos en la disminución de la vida útil de las máquinas y la posibilidad de reducir costos de operación reduciendo la distorsión armónica mediante electrónica de potencia. Por último, citaron los importantes efectos que tienen los armónicos de más bajo orden y de secuencia negativa sobre la operación de los motores de inducción.

En la Universidad Autónoma de Occidente, Quispe E.<sup>11</sup>, estudió los efectos que tienen tanto el desequilibrio de tensiones como los armónicos en la operación del motor de inducción, concluyendo que ambos fenómenos afectan significativamente la potencia de operación de estas máquinas.

---

<sup>9</sup> WEG. Motores de inducción alimentados por convertidores de frecuencia PWM [En línea]. WEG. 22 de Marzo de 2011 [Citado en 2 de Septiembre de 2011]. Disponible en Internet: <<http://catalogo.weg.com.br/files/wegnet/WEG-motores-de-induccion-alimentados-por-convertidores-de-velocidad-pwm-029-articulo-tecnico-espanol.pdf>>.

<sup>10</sup> GRAJALES, John; RAMÍREZ, José y CADAVID, Diego. Efectos de los armónicos en motores de inducción: una revisión. En: Revista Facultad de Ingeniería. Universidad de Antioquia. Junio, 2004. No. 31, p 116 – 123.

<sup>11</sup> QUISPE OQUEÑA, Enrique Ciro. Efectos del desbalance y los Armónicos de Voltaje en la Operación de los Motores de Inducción. En: I Congreso Internacional sobre uso Racional y Eficiente de la Energía CIUREE 2004 (4-6, Noviembre: Cali, Valle del Cauca). Memorias. Cali. Universidad del Valle, Universidad Autónoma de Occidente, Universidad Nacional de Colombia. 2004. p 214-218.

## 1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El desarrollo de un mercado competitivo internacional ha realzado la necesidad de buscar constantemente incrementos en la eficiencia de los procesos industriales actuales, enfocados en mejorar sus niveles de productividad mediante sistemas de computación, convertidores electrónicos de potencia y dispositivos electrónicos en general, los cuales tienen un comportamiento no lineal. El uso de estos dispositivos permite obtener un mejor desempeño y una alta eficiencia, sin embargo, pueden significar un problema para el sistema eléctrico alimentador, puesto que degradan los niveles óptimos de calidad de la energía inyectando corrientes armónicas al mismo.

La calidad de la energía de un sistema eléctrico es una medida de las desviaciones en la tensión, corriente, frecuencia, y/o forma de onda de la señal que llega a los dispositivos eléctricos y electrónicos conectados a éste. Así, la calidad de la energía entendida como la calidad de la tensión es *“un término usado para describir la relativa cantidad de disturbios o variaciones de tensión, particularmente en lo que se refiere a: armónicos, fluctuaciones de tensión, transitorios y factor de potencia”*<sup>12</sup>. De ahí es posible entender al mismo tiempo las consecuencias de su degradación en términos de posibles interferencias en las telecomunicaciones, pérdidas de confiabilidad para los usuarios, incremento de los costos de operación, sobrecalentamiento de equipos, mediciones imprecisas de potencia y energía total consumida y fallas u operación inadecuada en máquinas, transformadores y capacitores.

Los motores eléctricos de inducción (también conocidos como máquinas asíncronas) constituyen los dispositivos de tracción más empleados en el mundo, con un mayor impacto en procesos de tipo industrial; sector en el cual consumen aproximadamente el 80% de la energía eléctrica total empleada. Las características nominales de operación de un motor eléctrico de inducción tales como la potencia, la eficiencia y el factor de potencia están definidas cuando el motor está alimentado con un sistema simétrico de tensiones cuyas ondas tienen forma sinusoidal y magnitud igual a la tensión nominal. En ese orden de ideas las características de operación del motor se verán afectadas cuando la señal de tensión presenta distorsión armónica.

Se plantea entonces la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo se ven afectadas las características de operación del motor de inducción en estado estable cuando su fuente de alimentación tiene distorsión armónica de tensión?

---

<sup>12</sup> RAMÍREZ CASTAÑO, Samuel y CANO PLATA, Eduardo Antonio. Calidad del Servicio de Energía Eléctrica. Manizales: Universidad Nacional de Colombia – Sede Manizales. 2003, p 3-5.

### 1.3 OBJETIVOS

**1.3.1 Objetivo general.** Estudiar el efecto de la distorsión armónica de tensión sobre la operación del motor trifásico de inducción en estado estacionario, con énfasis en la potencia, el factor de potencia y la eficiencia

**1.3.2 Objetivos específicos.** Son planteados los siguientes objetivos específicos que llevarán al cumplimiento del objetivo general:

- Establecer un modelo matemático en estado estacionario para el estudio del motor de inducción en condiciones de distorsión armónica de tensión.
- Con base en el modelo matemático, plantear las ecuaciones de operación del motor de inducción.
- Establecer un método para determinar experimentalmente los parámetros del motor.
- Implementar en un software de simulación las ecuaciones para el cálculo de los efectos de la distorsión armónica sobre la potencia, el factor de potencia y la eficiencia del motor asíncrono.



## 2. CIRCUITO EQUIVALENTE DEL MOTOR TRIFÁSICO DE INDUCCIÓN INCLUYENDO ARMÓNICOS DE TENSIÓN

Existen diversas metodologías para determinar las condiciones de operación del motor, normalmente relacionadas con los datos de placa, sin embargo, tras un tiempo de operación, una falla, un proceso de rebobinado o una condición de funcionamiento anormal, esta información pierde certidumbre, por lo que se ve la necesidad de emplear métodos que evalúen la condición de operación real del motor. Así, conocer el circuito eléctrico equivalente de una máquina ofrece ventajas como el análisis del desempeño a partir de los parámetros medidos bajo sus condiciones actuales de operación; esto fue demostrado por Vamvakari A., *et al.*<sup>13</sup>, en su estudio anteriormente citado...Véase 1.1... donde demuestra experimentalmente la efectividad de usar el circuito eléctrico equivalente para la predicción de las condiciones de operación del motor trifásico de inducción.

En ese orden de ideas, se realizará el estudio del efecto de la distorsión armónica de tensión sobre la operación del motor trifásico de inducción empleando el análisis del circuito eléctrico equivalente y sus modificaciones propuestas ante condiciones no sinusoidales, teniendo en cuenta el principio de superposición de circuitos eléctricos para obtener una respuesta del mismo.

### 2.1 CIRCUITO ELÉCTRICO EQUIVALENTE DEL MOTOR DE INDUCCIÓN ALIMENTADO CON TENSIÓN SINUSOIDAL

La máquina asincrónica o de inducción, al igual que todos los dispositivos rotativos de conversión electromecánica de energía, está formada por un estátor y un rotor. El estátor se constituye de un apilamiento de chapas normalmente de acero al silicio con ranuras en su periferia interior donde son ubicados devanados trifásicos distribuidos, que alimentados por un sistema trifásico simétrico dan origen a un flujo giratorio en el entrehierro con amplitud constante. El rotor se constituye de un conjunto de chapas apiladas formando un cilindro con ranuras donde va el devanado (para el caso del rotor devanado) o con una serie de conductores puestos en cortocircuito por dos anillos en sus extremos (en caso del rotor tipo jaula de ardilla). Las corrientes que circulan por este circuito cerrado son inducidas como consecuencia de la interacción con el flujo del estátor, es por esta razón que se le conoce a este tipo de máquina como de *inducción*.

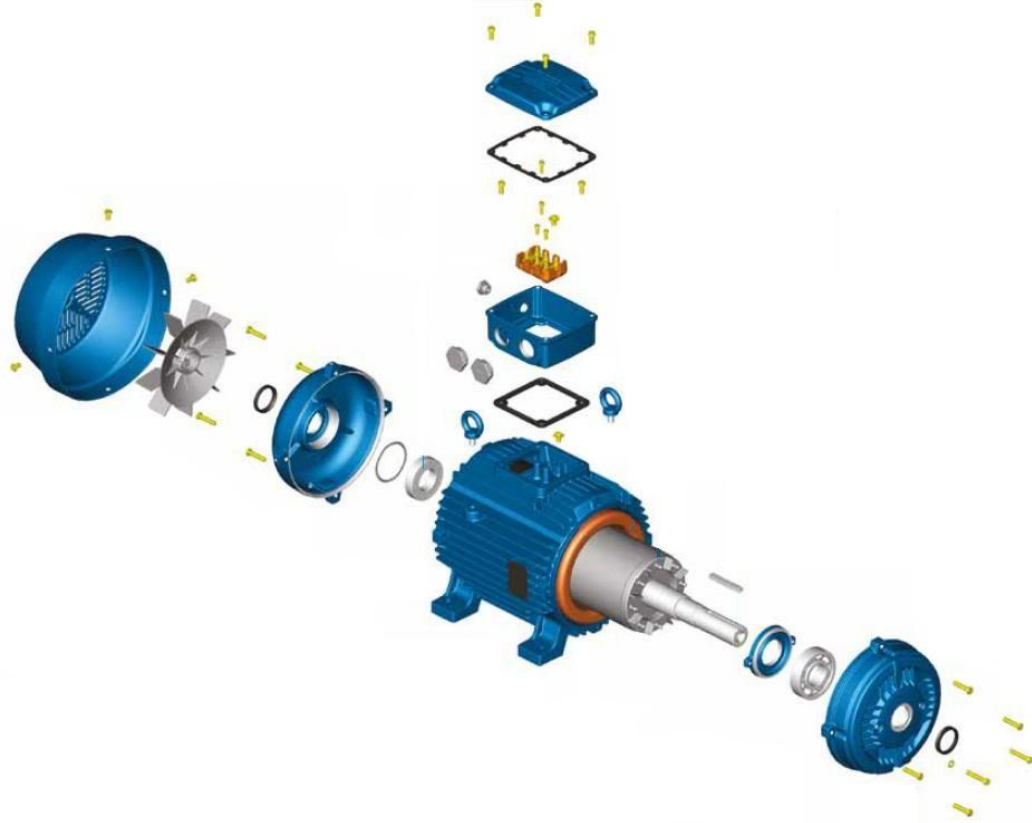
Además de su estátor y rotor esta máquina requiere también otros componentes de tipo mecánico para su funcionamiento: tapas, rodamientos, carcasa, ventilación, etc., los cuales varían dependiendo del diseño tratado. La **Figura 1**

---

<sup>13</sup> VAMVAKARI, A. *et al.* Op. Cit., p 211-213.

muestra el despiece de un motor de inducción comercial tipo jaula de ardilla para propósito general.

**Figura 1. Despiece del motor de inducción con rotor tipo jaula de ardilla**



**Fuente:** WEG. Three phase motor. W21. Technical Catalogue. Indian Market. [En línea], Jaraguá do Sul: WEG Equipamentos Elétricos S.A., 2009, p 34-35 [Consultado 03 de Abril de 2012]. Disponible en internet: <<http://catalogo.weg.com.br/files/wegnet/WEG-w21-three-phase-motor-indian-market-013-brochure-english.pdf>>

**2.1.1 Representación monofásica.** Las bobinas del estátor de una máquina trifásica, en cada una de sus fases, tienen una conexión serie o mixta para producir cada uno de los devanados por fase de tal manera que el eje magnético de cada uno de los otros dos devanados de fase esté desplazado  $120^\circ$  en el espacio. Así, cada devanado de fase dado en el estátor, podrá ser analizado simplemente como un circuito de dos terminales que se encuentra simétricamente desplazado de las otras dos fases; con esta simetría, se puede entonces analizar solo uno de los devanados de fase del estátor para concluir respecto a la operación de los otros dos.

En el caso de un rotor devanado, se puede llegar a la misma conclusión, puesto que sus conductores tienen arreglos similares al estátor. Para el rotor tipo jaula de ardilla, pueden ser analizados, para un instante de tiempo, los efectos provocados por el campo magnético giratorio del estátor y considerarse que las barras cortocircuitadas se comportan como arrollamientos que forman circuitos con dos terminales, por lo que se considera, según Cochran<sup>14</sup>, que su equivalente monofásico es igual que en el rotor devanado.

**2.1.2 Modelo físico de cada fase.** El modelo por fase del motor de inducción puede representarse por el equivalente monofásico de un transformador polifásico (devanados arrollados alrededor de un núcleo de hierro), dada la similitud de las interacciones electromagnéticas en sus modelos. La diferencia existente será dada por: (a) La máquina rotativa posee un entrehierro en serie con el hierro magnético y (b) El motor tiene un devanado secundario que posee un movimiento relativo ante el estátor.

Para el caso (a) basta con adicionar un entrehierro en el núcleo del modelo del transformador, de tal manera que el mismo sea seccionado en dos partes, una donde se encuentre el devanado 'primario' (estátor) y otra donde esté el 'secundario' (rotor). Para (b), según el análisis de Cochran<sup>15</sup>, la rotación del eje resulta en adicionar un factor dado por el cociente entre una resistencia y el deslizamiento o diferencia porcentual de velocidades de giro, así:

$$\frac{R_2}{s} = R_2 + \frac{1 - s}{s} R_2 \quad [\Omega] \quad (1)$$

Donde el término  $R_2 (1 - s) / s$  es llamado la resistencia de carga equivalente mientras que  $R_2$  representa la resistencia asociada a las pérdidas  $I^2 R$  en el rotor.

El deslizamiento  $s$  del motor se define en términos de la velocidad de giro del flujo magnético del entrehierro o velocidad sincrónica  $n_s$ , y la velocidad de giro real del rotor  $n$ :

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \quad [p.u.] \quad (2)$$

---

<sup>14</sup> COCHRAN, Paul L. Polyphase Induction Motors. Analysis, Design, and Application. Nueva York: Marcel Dekker, INC., 1989, p 60.

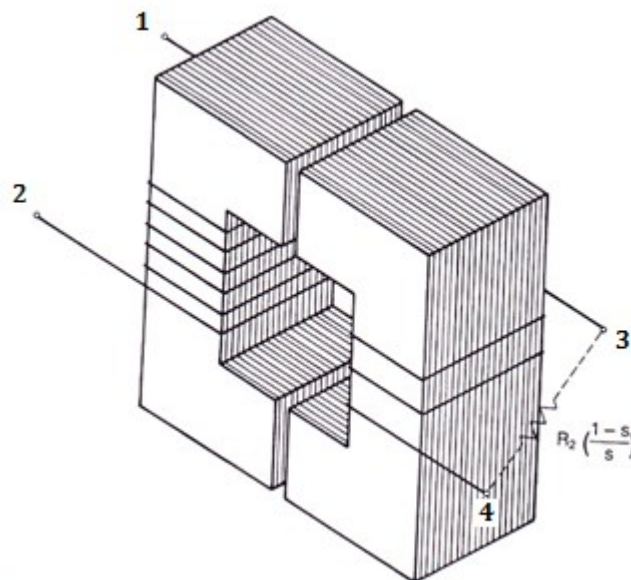
<sup>15</sup> Ibíd., p 61.

La resistencia o impedancia de carga equivalente que representa el movimiento del rotor en función de su carga será considerada como:

$$\frac{1-s}{s} R_2 \text{ } [\Omega] \quad (3)$$

El modelo físico de la máquina rotativa es entonces representado en la **Figura 2**.

**Figura 2. Modelo físico aproximado de la máquina rotativa**

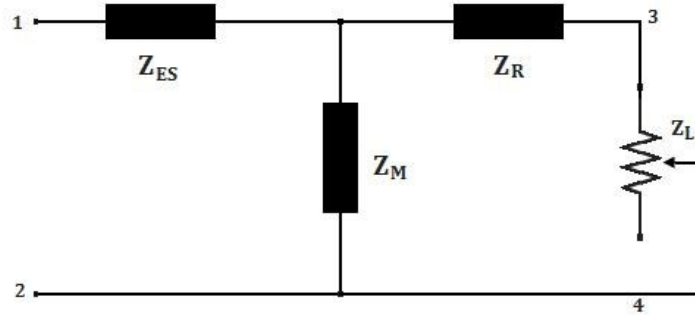


**Fuente:** COCHRAN, Paul L. Polyphase Induction Motors. Analysis, Design, and Application. Nueva York: Marcel Dekker, INC., 1989, p 60.

**2.1.3 Circuito equivalente T.** Cualquier circuito eléctrico que posea 3 o 4 terminales de conexión puede ser reemplazado por un equivalente en forma representativa de T o de  $\pi$  si sus impedancias son lineales y simétricas a ambos lados del circuito y si no existen fuentes que suministren energía al interior de la misma.

El modelo de la **Figura 2**, dado que es un circuito de 4 puertos y cumple los requerimientos mencionados, puede ser representado por un circuito equivalente de sección T mostrado en la **Figura 3**.

**Figura 3. Equivalente T del circuito de la Figura 2**



Donde las impedancias  $Z_{ES}$ ,  $Z_R$  y  $Z_M$  representan las impedancias dadas por pérdidas de efecto Joule y flujos de dispersión en el estátor, rotor y componente de magnetización respectivamente. Estas impedancias son dadas por:

$$Z_{ES} = R_1 + jX_1 \text{ } [\Omega] \quad (4)$$

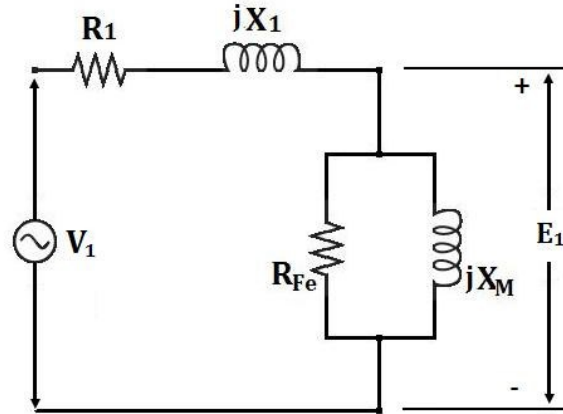
$$Z_R = R_2 + jX_2 \text{ } [\Omega] \quad (5)$$

$$Z_M = R_{Fe} \parallel jX_M \text{ } [\Omega] \quad (6)$$

En ( 6 ) el parámetro  $R_{FE}$  es una resistencia óhmica que representa las pérdidas en el hierro y  $X_M$  el flujo de dispersión del proceso de magnetización del entrehierro.

**2.1.4 Formulación del circuito equivalente.** Si se asume que el devanado del rotor no se encuentra cortocircuitado, es decir, que este circuito está abierto, y que al mismo tiempo una tensión de red  $V_1$  es aplicada al devanado del estátor en sus terminales, las únicas fuerzas que actuarán serán aquellas producidas por las corrientes que fluyen a través del devanado del estátor. Así, la porción del equivalente T de la figura 3 que actuará, teniendo en cuenta las relaciones dadas en ( 4 ) y ( 6 ), es mostrada en la figura 4.

**Figura 4. Circuito equivalente del estátor de la máquina**



Para el caso dado en la **Figura 4**, la corriente que circula por el estátor es la que genera, en su totalidad, el flujo magnético giratorio en el entrehierro que interactuará con el rotor. Este flujo magnético mutuo es representado por la reactancia  $X_M$ , que con el flujo producido inducirá una tensión  $E_1$  en los devanados, según se observa en la misma figura.

La forma de onda que tiene  $E_1$  es la misma que la de la tensión en terminales del estátor  $V_1$ . A pesar de que existen factores que causarán distorsión armónica en la distribución espacial de la onda de flujo magnético del entrehierro, como lo es la distribución de ranuras, estos serán despreciados en este estudio debido, según lo expuesto por Sen P. C.<sup>16</sup>, a su reducida magnitud relativa a la componente fundamental.

Si se asume ahora que el devanado del rotor se encuentra cortocircuitado, con la misma tensión  $V_1$  aplicada en terminales del estátor, el flujo giratorio del entrehierro inducirá una tensión en el devanado del rotor, que por ser un circuito ahora cerrado, permitirá el flujo de corriente por el mismo, haciendo que la estructura completa del rotor gire debido al par producido. En condiciones de rotor bloqueado, la tensión inducida en el rotor  $E_2$  será igual a la tensión  $E_1$ ; cuando el rotor gira libremente,  $E_2$  es igual a  $E_1$  multiplicado por el deslizamiento  $s$  del rotor definido en ( 2 ). Con ello, la frecuencia real del rotor será:

$$f_2 = s f_1 \text{ [Hz]} \quad (7)$$

<sup>16</sup> SEN, Paresh Chandra. Principles of electric machines and power electronics. 2 ed. Nueva York: John Wiley, 1989, p 276-277.

Definiendo  $X_2$  como la reactancia de dispersión del devanado del rotor a una frecuencia de rotor nominal, es decir, en condición de rotor bloqueado, la reactancia de dispersión a cualquier valor de deslizamiento es:

$$X_{s2} = s X_2 \text{ } [\Omega/\text{fase}] \quad (8)$$

En condiciones de giro del rotor, la corriente que circularía por este, teniendo en cuenta que solo circulará a través de la resistencia del conductor y generará una dispersión propia, será:

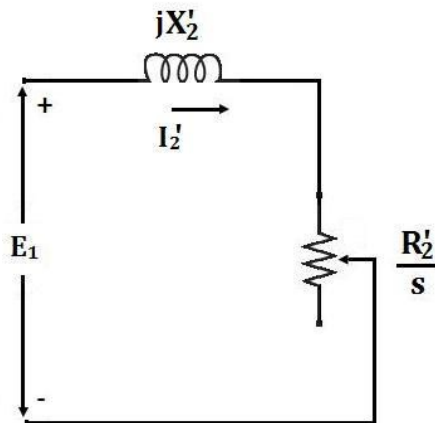
$$I_2 = \frac{E_2}{R_2 + jX_{s2}} = \frac{sE_1}{R_2 + jX_{s2}} = \frac{sE_1}{R_2 + jsX_2} \text{ } [A/\text{fase}] \quad (9)$$

Al dividir sobre el deslizamiento:

$$I_2 = \frac{E_1}{\frac{R_2}{s} + jX_2} \text{ } [A/\text{fase}] \quad (10)$$

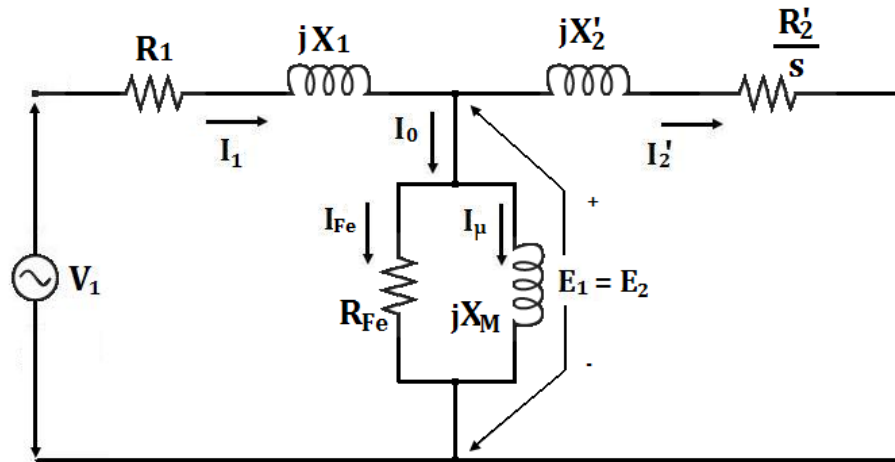
Lo cual indica que la representación del circuito equivalente del rotor referido a frecuencia del estátor (condición bloqueada), es el mostrado en la figura 5.

**Figura 5. Circuito equivalente del rotor de la máquina**



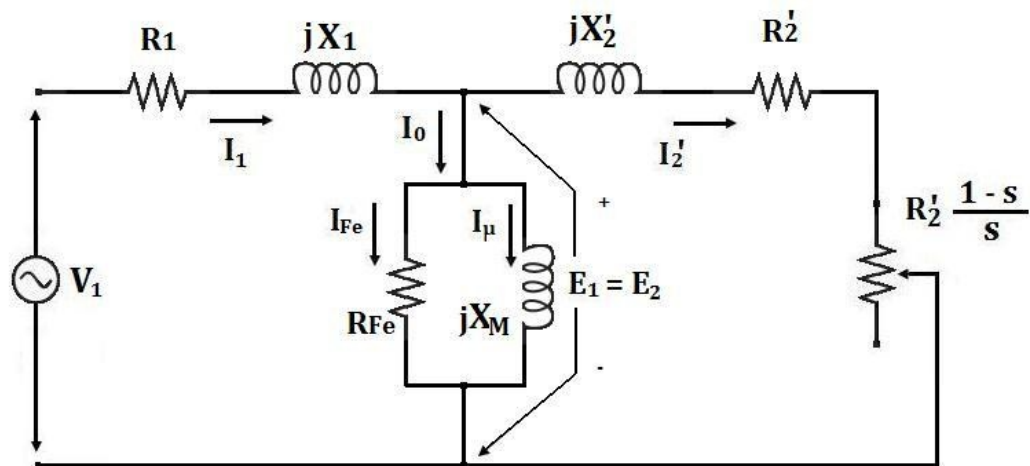
Como el valor de tensión  $E_1$  es igual en los extremos de los circuitos de las figuras 4 y 5, estos pueden acoplarse y formar el circuito de la figura 6, donde los parámetros del rotor están referidos a la frecuencia y tensión del estátor.

**Figura 6. Circuito eléctrico equivalente del motor de inducción**



Teniendo en cuenta la separación de la resistencia que representa el giro del rotor en la resistencia del rotor y la impedancia de carga, según la expresión ( 1 ), el circuito equivalente puede redibujarse en términos de su carga como lo ilustra la figura 7.

**Figura 7. Circuito equivalente del motor de inducción con resistencia de carga**





El cuadro 1 lista y explica cada uno de los parámetros ilustrados en la Figura 7

**Cuadro 1. Parámetros y variables del circuito equivalente del motor de inducción**

<b>Parámetro</b>	<b>Observación</b>
$R_1$	Resistencia óhmica por fase de los arrollamientos o devanados del estátor
$R_2$	Resistencia óhmica por fase de los arrollamientos o devanados del rotor (referidos al estátor)
$R_{fe}$	Resistencia que representa las pérdidas en el hierro.
$X_1$	Reactancia asociada a los flujos de dispersión presentados en los arrollamientos del estátor ante una frecuencia de red determinada.
$X_2$	Reactancia asociada a los flujos de dispersión presentados en los arrollamientos del rotor ante una frecuencia de red determinada (referida al estátor).
$X_M$	Reactancia de magnetización. Representa los flujos mutuos generados en el entrehierro.
<b>Variable</b>	<b>Observación</b>
$V_1$	Tensión eficaz aplicada en bornes del circuito equivalente. Si el devanado del motor tiene conexión Y, este valor será la tensión en bornes del motor dividido por raíz de tres ( $V_1/\sqrt{3}$ ).
$E_1$	Valor eficaz de la fuerza electromotriz f.e.m. inducida por fase en el estátor.
$E_2$	Valor eficaz de la fuerza electromotriz f.e.m. inducida por fase en el rotor.
$I_0$	Corriente de excitación o de vacío necesaria para magnetizar el material y generar un flujo mutuo. Incluye un componente de magnetización y un componente de pérdidas.
$I_{fe}$	Componente de la corriente de excitación o vacío referente a las pérdidas en el hierro
$I_\mu$	Corriente que circula por la reactancia de magnetización, necesaria para magnetizar el material ferromagnético que conduce el flujo mutuo.
$s$	Deslizamiento de la máquina. Diferencia porcentual entre la velocidad de giro del flujo magnético del entrehierro y la velocidad mecánica de giro del rotor.

## 2.2 OPERACIÓN DEL MOTOR DE INDUCCIÓN ALIMENTADO CON TENSIÓN NO SINUSOIDAL

Los motores de inducción, aun bajo condiciones de operación ideales, es decir, alimentados por tensiones con forma de onda perfectamente sinusoidal, producen corrientes no sinusoidales que contienen componentes fundamentales y armónicas; este fenómeno aparece a causa de la distribución espacial de los devanados y del comportamiento no lineal del núcleo ferromagnético. Como se mencionó, los efectos de los armónicos causados por la distribución en el espacio de los devanados, también llamados armónicos espaciales, serán despreciados...Véase parágrafo 3 de 2.1.4... Por otro lado, las corrientes con armónicos temporales producen campos magnéticos giratorios en el entrehierro que giran a velocidades mayores que las del flujo producido por la corriente a frecuencia fundamental.

El más importante efecto que tienen los armónicos sobre la operación del motor de inducción está relacionado con la reducción de su eficiencia, en gran parte por el aumento de las *pérdidas adicionales y bajo carga*. Así, cuando la máquina trabaja acoplada a cargas importantes, sus pérdidas aumentarán por encima de lo estipulado por los fabricantes, lo cual podría hacer necesaria una desclasificación de la potencia de dicha máquina, es decir, se debería estudiar verdaderamente cual es la potencia que puede entregar sin poner en riesgo su funcionamiento ni disminuir su vida útil.

A continuación se estudiarán los conceptos básicos relacionados con las características de los sistemas trifásicos con armónicos en términos de sus secuencias de fase. Posteriormente se analizará cómo cambia la operación del motor de inducción alrededor de sus campos magnéticos cuando hay presencia de armónicos de tensión y se propondrá una modificación del circuito equivalente de la figura 7 que esté acorde a estos cambios en la operación. Finalmente se expondrá un método para calcular los parámetros del circuito equivalente con armónicos a partir de los parámetros del circuito equivalente a frecuencia fundamental.

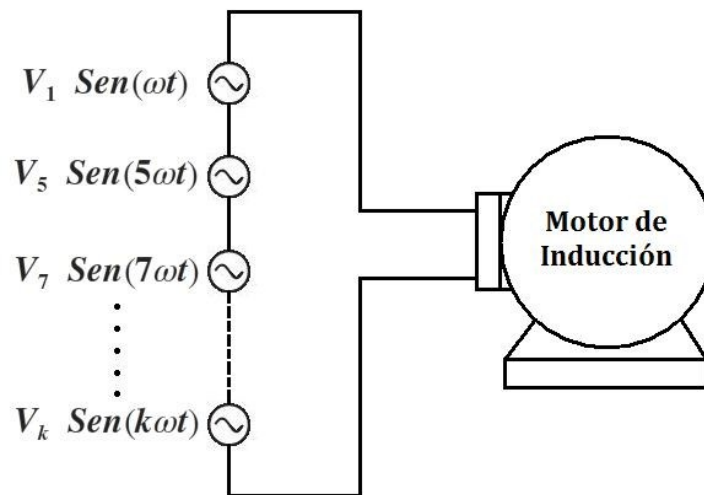
**2.2.1 Análisis de señales no sinusoidales.** Inicialmente se debe tener en cuenta que la técnica empleada comúnmente para el estudio de señales periódicas distorsionadas o no sinusoidales son las series de Fourier, que consisten en la descomposición de cualquier señal periódica en una suma infinita de señales sinusoidales, cada una con una frecuencia diferente que es múltiplo entero de la frecuencia fundamental.

Así, si la señal de alimentación del motor de inducción no es sinusoidal, la misma puede descomponerse en un conjunto de  $k$  fuentes independientes, todas

conectadas en serie y cada una con una frecuencia que es múltiplo de la frecuencia fundamental, según se representa en la figura 8. Como las corrientes armónicas serán independientes unas de otras, pueden ser analizados entonces  $k$  cantidad de circuitos equivalentes, cada uno alimentado por una fuente a la frecuencia del armónico correspondiente, y el resultado final será la suma algebraica de los resultados parciales de cada circuito.

Es de resaltar, según lo expone Klingshirn<sup>17</sup>, según se observa en la representación dada en la figura 8, que esta descomposición para motores trifásicos de inducción podría considerar solo armónicos impares, pues las fuentes de armónicos empleadas actualmente tienen esta caracterización. Igualmente este autor ignora los armónicos divisibles por 3 debido a su nula contribución al par de rotación... Véase 2.2.4...

**Figura 8. Excitación no sinusoidal descompuesta del motor de inducción**



**2.2.2 Característica del sistema de alimentación con armónicos.** El sistema de tensiones trifásicas considerado como fuente de alimentación del motor de inducción será asumido como simétrico o equilibrado, es decir, compuesto por tres tensiones sinusoidales con igual amplitud y frecuencia desfasadas  $120^\circ$  eléctricos entre sí. Para el caso de fuentes con distorsión armónica, se supondrá que existe una distribución de armónicos simétrica entre cada una de las fases, por lo que el sistema seguirá considerándose *equilibrado*.

<sup>17</sup> KLINGSHIRN, E.A. y JORDAN, H.E. Op. Cit., p.625.

**2.2.3 Secuencia de fases de los armónicos.** La secuencia de fases como la relación entre las tensiones de una fase con las otras dos es una característica muy importante en el estudio de señales con contenido armónico, especialmente si este alimenta una máquina eléctrica rotativa.

Partiendo de lo expuesto por Honsinger<sup>18</sup>, la importancia de la secuencia de fases de la tensión que alimenta a un motor se basa en que esta determina la dirección de rotación del campo magnético del entrehierro, con lo cual se define un sentido de giro para el rotor de la máquina.

Cuando el sistema simétrico de tensiones trifásico tiene distorsión armónica, el valor instantáneo de la tensión en cada fase puede obtenerse mediante las expresiones:

$$V_{a(k)} = A \cdot \left( \frac{a_k}{k} \right) \cdot \cos(k\omega t) \quad (11)$$

$$V_{b(k)} = A \cdot \left( \frac{a_k}{k} \right) \cdot \cos \left[ k \cdot \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (12)$$

$$V_{c(k)} = A \cdot \left( \frac{a_k}{k} \right) \cdot \cos \left[ k \cdot \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (13)$$

Donde  $k$  representa el orden del armónico que se analiza, siendo este un entero positivo y  $a_k$  es la magnitud porcentual de dicho armónico respecto al valor máximo de la onda a frecuencia fundamental. Se observa que para cualquier frecuencia armónica, el ángulo de fase de  $V_a$  no se verá afectado, mientras que los signos más y menos de los ángulos ( $2\pi/3$ ) en  $V_b$  y  $V_c$  se alternarán entre sí, lo que significa que algunas frecuencias armónicas provocarán una secuencia de fases igual a la generada a frecuencia fundamental, o *secuencia positiva*, mientras que otras frecuencias provocarán que el sistema trifásico tenga una secuencia inversa o *secuencia negativa*. Adicionalmente, si se analiza la secuencia de fases de los armónicos múltiplos de 3, se debe prestar atención en que las tres tensiones tienen igual ángulo, es decir, que el sistema trifásico se transforma en un sistema monofásico o con *secuencia cero*, lo cual genera simplemente un campo pulsante.

---

<sup>18</sup> HONSINGER, V. B. Induction motors operating from inverters. En: 1980 Annual Meeting IEEE Industry Applications Society, Memorias, p 1277.

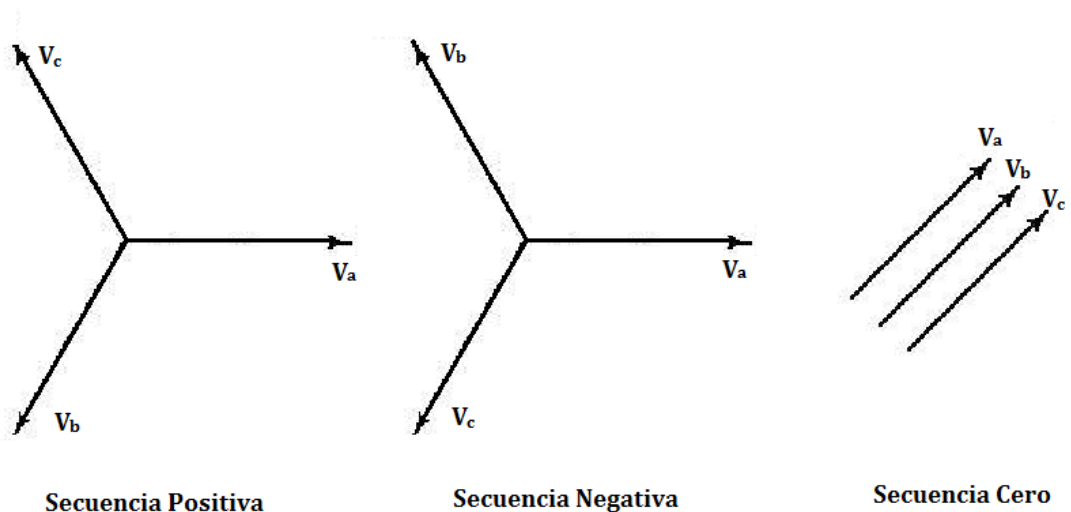
En ese orden de ideas es posible encontrar en un sistema trifásico con contenido armónico frecuencias que formen un sistema de secuencia positiva, negativa o cero, la cual será definida según el orden del armónico y partiendo de las expresiones (11), (12) y (13). El cuadro 2 resume la secuencia de fases resultante de cada frecuencia armónica, mientras que la figura 9 ilustra estas secuencias según la relación fasorial entre las tensiones.

**Cuadro 2. Secuencia de fases**

Orden del armónico	Secuencia de tensiones	Secuencia de fase
1	$V_a, V_b, V_c$	Positiva (+)
2	$V_a, V_c, V_b$	Negativa (-)
3	$V_a = V_b = V_c$	Cero (0)
4	$V_a, V_b, V_c$	Positiva (+)
5	$V_a, V_c, V_b$	Negativa (-)
6	$V_a = V_b = V_c$	Cero (0)
7	$V_a, V_b, V_c$	Positiva (+)
8	$V_a, V_c, V_b$	Negativa (-)
...	...	...

**Fuente:** WILLIAMSON, A. C. The effects of system harmonics upon machines. En: Int. J. Elect. Enging. Educ. Manchester U.P., Vol. 19, 1982, p 145-155.

**Figura 9. Diagrama fasorial de secuencias de fase**



**2.2.4 Efecto de la secuencia de fases de los armónicos sobre el motor de inducción.** Cuando se alimenta el motor de inducción con un sistema de tensiones trifásicas equilibrado, se da origen a un flujo magnético giratorio en el entrehierro... Véase 2.1... El flujo giratorio generado tendrá un sentido determinado por la secuencia de fases, lo cual establecerá el sentido de las corrientes inducidas en el rotor y así mismo el sentido de giro mecánico de este.

Con la presencia de distorsión armónica en el sistema de alimentación existirá una sumatoria de sistemas de tres fases circulando por el circuito del estátor, cada uno con diferentes secuencias según el orden del armónico dado el criterio del cuadro 2.

Debido a que la componente fundamental o del primer armónico de una señal distorsionada tiene una mayor magnitud, esta fijará el sentido de giro mecánico del rotor, sin embargo, la presencia de otros armónicos en el estátor generarán también un flujo magnético giratorio en el entrehierro cuyo sentido dependerá de la secuencia de fases de los mismos y afectará la operación del motor. Para el caso de los armónicos de secuencia cero, como producen un campo pulsante, no se generará un flujo magnético giratorio en el entrehierro, al contrario, si el motor tiene neutro flotante estas corrientes se anularán entre sí al igual que sus flujos generados, produciendo simplemente pérdidas por efecto Joule y corrientes de Eddy en el estátor pero sin generar magnetización o inducción al rotor.

Los armónicos con secuencias de tensión positiva generarán un flujo magnético giratorio que provocará un par de rotación en la misma dirección que la frecuencia fundamental, sumándose entre sí; las tensiones con secuencia negativa, por el contrario, inducirán flujos magnéticos que giran en dirección contraria al giro mecánico del rotor, intentando frenarlo, sin conseguirlo debido a su pequeña magnitud relativa a la fundamental, pero ocasionando pérdidas adicionales en la máquina.

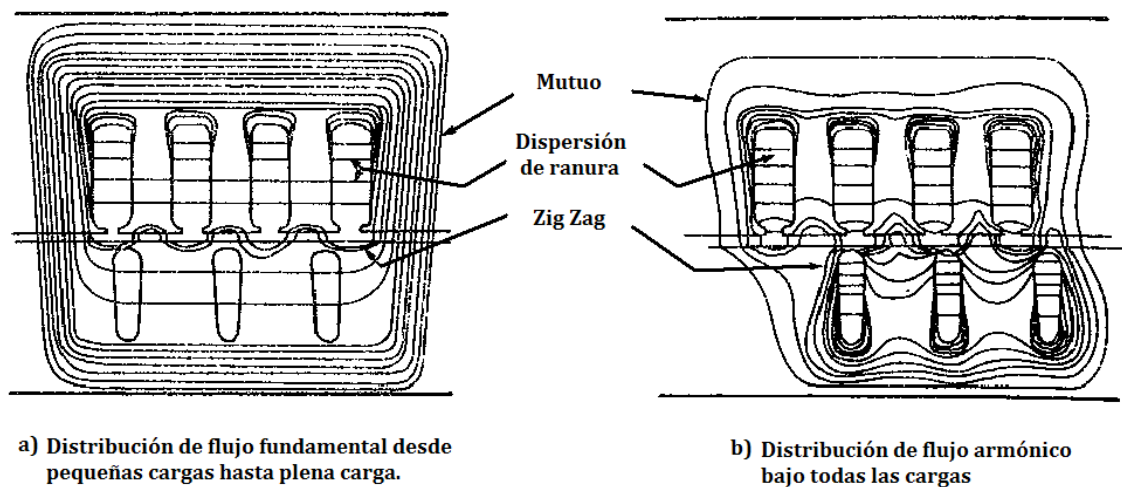
**2.2.5 Operación del motor de inducción alimentado con armónicos.** Las pérdidas en el hierro de un motor que se alimenta con una tensión idealmente sinusoidal, según Vamvakari<sup>19</sup>, pueden ser calculadas empleando el circuito de la Figura 7, en el que se tienen en cuenta en relación con la potencia disipada por la resistencia  $R_{FE}$ ; esta resistencia es también empleada en el modelo convencional del motor de inducción como una representación de las pérdidas adicionales causadas por corrientes de Eddy y ciclos de histéresis coligadas a flujos de dispersión fundamentales, perfil válido teniendo en cuenta que ante tensiones de baja frecuencia estas pérdidas son pequeñas inherentes a las pérdidas en el núcleo.

---

<sup>19</sup> VAMVAKARI, A. *et al.* Op. Cit., p 210.

No obstante, según estudios publicados por Honsinger<sup>20</sup> y posteriormente por Murphy y Honsinger<sup>21</sup>, en presencia de armónicos las pérdidas adicionales pueden igualar e incluso superar a las pérdidas en el núcleo tanto en el estátor como en el rotor. Este fenómeno es explicado por Honsinger mediante el análisis de las distribuciones de flujo en el motor tanto a frecuencia fundamental como con armónicos: se observa este estudio en la figura 10 en donde en la figura 10a la distribución de flujo magnético causado por la fundamental ocasiona un mayor flujo mutuo, mientras que los armónicos (figura 10b) provocan un dominio de los flujos de dispersión de ranura y zigzag en comparación con los mutuos, es decir, que las pérdidas adicionales predominan frente a las de núcleo.

**Figura 10. Distribución de flujo a) frecuencia fundamental, b) armónicos**



**Fuente:** HONSINGER, V. B. Induction motors operating from inverters. En: 1980 Annual Meeting IEEE Industry Applications Society, Memorias, p 1279.

Partiendo de este análisis es posible inferir que el uso del modelo convencional propuesto en la figura 7 que asocia las pérdidas adicionales a la misma resistencia de pérdidas en el hierro es inviable, pues las primeras deberán tenerse en cuenta como pérdidas independientes.

Adicionalmente se desprende el hecho de que los parámetros del circuito equivalente convencional del motor de inducción no varían al variar la frecuencia, pero es necesario tener en cuenta que las pérdidas y flujos dispersos dados en el

<sup>20</sup> HONSINGER, V. B. Op. Cit., p1279.

<sup>21</sup> MURPHY, J. M. D. y HONSINGER, V. B. Efficiency optimization of inverter-fed induction motor drives. En: 13th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1982, p 544–552.

motor de inducción serán afectados por la saturación magnética y la frecuencia aplicada, más aun, en presencia de armónicos, las múltiples frecuencias presentadas.

Se hace evidente así que es necesario adaptar el modelo convencional del motor de inducción a una situación donde sea alimentado por señales no sinusoidales de tensión que hagan circular armónicos temporales por sus devanados.

**2.2.6 Circuito equivalente del motor de inducción en presencia de armónicos.** Para proponer una adecuada modificación al circuito equivalente es necesario analizar la fuente de las pérdidas adicionales y del hierro y su ubicación en la máquina.

Las pérdidas en el hierro son inducidas por los flujos asociados a la reactancia de magnetización  $X_m$  del circuito de la figura 7 al igual que las reactancias de dispersión  $X_1$  y  $X_2$ . En el modelo convencional del motor de inducción las pérdidas adicionales se asumen como parte de las pérdidas en el hierro, por lo que están incluidas en las pérdidas asociadas a la resistencia  $R_{fe}$ , debido a su pequeño valor relativo a las demás pérdidas del motor, sin embargo, cuando existen tensiones armónicas que producen corrientes armónicas, las pérdidas adicionales del motor, diferentes a las pérdidas en el hierro toman relevancia tal... Véase 2.2.5... que no pueden ser representadas por la misma resistencia de la rama de magnetización, haciendo necesario adicionar elementos al circuito que representen este fenómeno sin involucrar las pérdidas en el núcleo ferromagnético.

Si se analizan las pérdidas adicionales como corrientes de Eddy o parásitas se encuentra que estas son inducidas por los flujos dispersos y existen tanto en el estator como en el rotor. Estas corrientes generan al mismo tiempo, según Honsinger<sup>22</sup>, un contraflujo que tiende a disminuir el flujo que causa las mismas corrientes de Eddy; este contraflujo es, sin embargo, muy pequeño comparado con la dispersión y puede ser despreciado para cálculos prácticos con frecuencias de pequeño orden (que no tiendan al infinito).

Partiendo de la teoría de circuitos básica, y de la teoría de circuitos acoplados magnéticamente se deduce entonces que las pérdidas adicionales pueden ser representadas por una resistencia óhmica adicional en el circuito, y como estas pérdidas se presentan en estator y rotor, deberá existir una resistencia por cada etapa, es decir, dos resistencias anexas. Como estas pérdidas son ocasionadas directamente por los flujos de dispersión, eléctricamente deberán ser conectadas en paralelo a cada una de las reactancias de dispersión  $X_1$  y  $X_2$  ubicadas en el estator y rotor respectivamente.

---

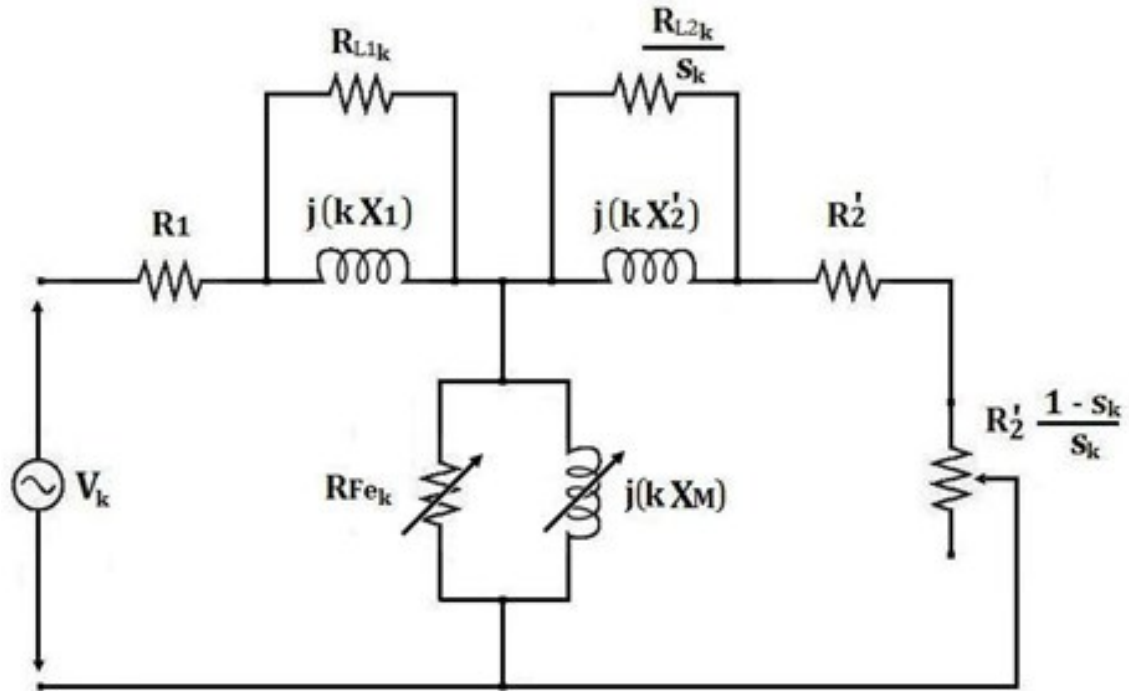
<sup>22</sup> HONSINGER, V. B. Op. Cit., p1280.



Finalmente, para tener en cuenta la variación de las pérdidas en el hierro debido a la pronta saturación magnética del material dadas las altas frecuencias, la resistencia de pérdidas en el hierro  $R_{fe}$  será variable y dependiente de la frecuencia.

Con los anteriores anexos y cambios realizados al modelo convencional de la figura 7, es posible representar un nuevo circuito equivalente para el cálculo de la operación del motor ante tensiones armónicas, el cual es ilustrado en la figura 11 para una alimentación con una frecuencia armónica de orden  $k$ .

**Figura 11. Circuito equivalente modificado del motor de inducción para una señal de alimentación del armónico  $k$ .**



Donde  $R_{L1k}$  y  $R_{L2k}$  representan las pérdidas adicionales frente al armónico de orden  $k$  en el estator y rotor respectivamente.  $s_k$  representa el deslizamiento dado a la frecuencia de análisis del circuito.

El circuito anterior tiene en cuenta que tanto las resistencias adicionales y de pérdidas en el hierro, como las reactancias de dispersión y magnetización varían con la frecuencia. Las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  siendo asociadas a pérdidas  $I^2R$  en el cobre son constantes pues dependen de las características físicas del conductor. Estas resistencias varían ante la presencia de altas frecuencias debido al efecto

piel o pelicular, sin embargo este estudio es sesgado a frecuencias armónicas de bajo orden por lo que este fenómeno puede ser despreciado.

Es importante recordar que el circuito de la figura 11 representa el funcionamiento por fase del motor de inducción alimentado por una tensión a una única frecuencia armónica, de tal manera que para estudiar el efecto en conjunto de todos los armónicos, deberán caracterizarse  $N$  circuitos con  $N$  armónicos existentes y aplicar principio de superposición... Véase 2.2.1...

## 2.3 DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS DEL CIRCUITO EQUIVALENTE CON ARMÓNICOS

Una vez definido el circuito eléctrico equivalente a emplear en el análisis de la operación del motor con armónicos, es importante definir un procedimiento que permita calcular de manera efectiva los parámetros adicionales del mismo, al igual que las modificaciones que deban realizarse a los parámetros del modelo convencional para adaptarlo a las frecuencias armónicas.

Inicialmente se plantea la relación existente entre los valores de las reactancias inductivas a frecuencia fundamental y los que son empleados en los circuitos armónicos. Posteriormente se define la variación de la resistencia de magnetización y del deslizamiento frente a armónicos. Finalmente se plantean las ecuaciones para calcular los valores correspondientes a las resistencias adicionales del modelo del motor de inducción.

**2.3.1 Variación de las reactancias.** La definición de reactancia inductiva dada en la teoría básica de circuitos eléctricos, según explica, por ejemplo Boylestad<sup>23</sup>, revela que esta es una representación de la oposición que establece un material con capacidades inductivas en una red sinusoidal (en el caso del motor los conductores arrollados) y que depende directamente de la velocidad angular  $\omega$  definida por la red de alimentación, de acuerdo con la expresión:

$$X_L = \omega L = (2\pi f)L \quad (14)$$

En ese orden de ideas, siendo los armónicos múltiplos enteros de la frecuencia fundamental, la frecuencia de cada señal será  $k \times f$ , donde  $k$  es un entero

---

<sup>23</sup> BOYLESTAD, Robert L. Introducción al análisis de circuitos. México: Pearson Educación, 2004, p 579, ISBN: 970-26-0448-6.

positivo. Así, la reactancia inductiva de una tensión de alimentación armónica de orden  $k$  será:

$$X_{L(k)} = \omega_k L = [2\pi(kf)].L \quad (15)$$

Al comparar (14) con (15) se concluye:

$$X_{L(k)} = k X_L \quad (16)$$

Las reactancias inductivas del circuito eléctrico equivalente variarán entonces de forma proporcional al orden del armónico que se analice.

**2.3.2 Variación de la resistencia de pérdidas en el hierro.** La resistencia de pérdidas en el hierro variará de acuerdo con el nivel de pérdidas dadas por histéresis magnética y por corrientes de Eddy, los cuales definirán la saturación del material ferromagnético.

Vamvakari plantea, partiendo del análisis de la saturación del material, que las variaciones en el valor de esta resistencia pueden ser determinadas a partir de las constantes de histéresis y corrientes de Eddy, asumiendo que estas tienen contribuciones iguales a las pérdidas en el núcleo (sin definir si las mismas son de pequeña o gran magnitud). Como la relación de contribuciones de pérdidas se asume simétrica, el valor de la resistencia  $R_{fe}$  dependerá únicamente de la frecuencia a la que se analice, así:

$$R_{fe(k)} = \frac{1}{\left( \frac{k_H}{2\pi.(kf)} + k_E \right)} \quad (17)$$

Determinando entonces la resistencia de pérdidas en el hierro a frecuencia fundamental es posible calcular las constantes de pérdidas  $k_H$  y  $k_E$  correspondientes a las pérdidas por histéresis y corrientes de Eddy respectivamente.

**2.3.3 Variación del deslizamiento con la frecuencia.** De acuerdo a la definición de deslizamiento descrita anteriormente...Véase expresión (2), en 2.1.2... este es el valor de la diferencia porcentual entre la velocidad de giro del campo magnético en el entrehierro y la velocidad de giro mecánica del rotor. Como el circuito de la figura 11 representa el funcionamiento del motor para diferentes frecuencias armónicas, existirán diferentes velocidades de giro para el flujo magnético del estator, sin embargo, el rotor siempre tendrá la misma velocidad de giro, por lo tanto, el deslizamiento para un armónico de orden  $k$  será:

$$s_k = \frac{k.n_s - n}{k.n_s} \quad (18)$$

Donde  $n$  representa la velocidad de giro del estátor,  $n_s$  la velocidad de giro del flujo magnético del entrehierro, también conocida como velocidad sincrónica. Se observa que la velocidad de giro sincrónica para un armónico  $k$  será proporcional al orden de dicho armónico.

A partir de la expresión (2) se tiene que la velocidad de giro mecánica del rotor en términos de la componente fundamental es:

$$n = n_s(1 - s) \quad (19)$$

Que al reemplazar en (18) permite obtener:

$$s_k = \frac{k.n_s - [n_s(1 - s)]}{k.n_s} \quad (20)$$

Multiplicando la expresión por un factor  $n_s/n_s$ , se obtiene el deslizamiento definido para el armónico  $k$  como:

$$s_k = \frac{k \mp (1 - s)}{k} \quad (21)$$

Donde  $s$  representa el deslizamiento a frecuencia fundamental determinado por la expresión (2).

Es importante tener en cuenta que según el orden del armónico este podrá tener secuencia positiva o negativa... Véase 2.2.3... Cuando la secuencia del armónico sea positiva (para armónicos 7, 13, 19, etc.) el signo en (21) será negativo, mientras que para armónicos de secuencia negativa (armónicos 5, 11, 17, 23, etc.) el signo en (21) será positivo. Como los armónicos de orden cero no inducen corrientes en el rotor estos no tendrán asociados un valor de deslizamiento.

**2.3.4 Estimación del valor de las resistencias de pérdidas adicionales.** Para obtener una expresión que permita fácilmente calcular el valor de las resistencias de pérdidas adicionales para cada armónico, es necesario partir de la investigación de Honsinger<sup>24</sup> alrededor de la modelación de las pérdidas. Según este autor las pérdidas adicionales envuelven diferentes tipos de pérdidas, las cuales no son precisamente asociadas al hierro, como lo son: pérdidas inducidas en los dientes del estátor y rotor debido a flujos de ranura y de zigzag; la pulsación de la porción zigzag induce pérdidas en la superficie del rotor; pérdidas en los finales de núcleo y de carcasa inducidas por los flujos de dispersión de final de bobina; hay otras pérdidas que dependen del fabricante, modelo y tipo de ventilación.

En cualquier caso el mismo autor define todas estas pérdidas comprendidas por componentes de histéresis y de corrientes de Eddy. Algunas de las pérdidas mencionadas dependerán de los factores de ranura de cada máquina y del tipo de laminado.

Con ello, las pérdidas adicionales cuando el motor opera con alimentación sinusoidal a plena carga y velocidad asignada, para estátor y rotor pueden ser expresadas como un factor  $\lambda$  de la potencia de salida, así:

$$P_L = P_{1L} + P_{2L} = \lambda P = \lambda V_1 I_1 \eta \cos \phi_1 = \lambda \eta I_1^2 R_1 \quad (22)$$

Donde  $P$  representa la potencia de salida por fase,  $R_1$  la resistencia del estátor,  $\eta$  la eficiencia del motor y  $\cos \phi_1$  el factor de potencia. Se observa que en (22) se da también la representación  $I^2 R$  de estas pérdidas. Teniendo en cuenta todo el conjunto de impedancias del estátor y del rotor  $\overline{r_1}$  y  $\overline{r_2}$  respectivamente, las pérdidas adicionales a frecuencia fundamental son:

$$P_L = I_1^2 \overline{r_1} + I_2^2 \overline{r_2} \quad (23)$$

---

<sup>24</sup> HONSINGER, V. B. Op. Cit., p 1281.

Las pérdidas adicionales asociadas al rotor suelen ser prácticamente cero a frecuencia fundamental, por lo tanto:

$$P_L \approx I_1^2 \overline{r_1} \quad (24)$$

Al comparar (22) con (24) se encuentra:

$$\lambda \eta R_1 = \overline{r_1} \quad (25)$$

Expandiendo el valor de  $\overline{r_1}$  en sus componentes del circuito, se obtiene:

$$\lambda \eta R_1 = \frac{R_{1L}}{1 + \left( \frac{R_{1L}}{X_1} \right)^2} \quad (26)$$

Resolviendo (26) para la resistencia adicional  $R_{1L}$ :

$$R_{1L} = \left( \frac{X_1}{\sigma} \right) (1 + \sqrt{1 - \sigma^2}) \quad (27)$$

Donde:

$$\sigma = \frac{2\lambda \eta R_1}{X_1} \quad (28)$$

$$R_1 = \frac{V_1 \cos \phi_1}{I_1} \quad (29)$$

Con estas relaciones se obtiene:

$$\sigma = 2\lambda\eta \cos\phi_1 \frac{V_1}{I_1 X_1} \quad (30)$$

Las expresiones (27) y (30) permitirán determinar el valor de la resistencia de pérdidas adicionales a frecuencia fundamental a partir del funcionamiento sinusoidal del motor, teniendo en cuenta que la constante  $\lambda$  puede determinarse experimentalmente o asumirse a partir de normativas relacionadas.

Una vez se determina la resistencia de pérdidas adicionales en el estátor a frecuencia fundamental  $R_{1L1}$ , el valor de la resistencia adicional en el estátor a cualquier otra frecuencia, según Honsinger<sup>25</sup>, será:

$$R_{1L(k)} = R_{1L1} \frac{k f}{f} \frac{1 + f \gamma_1}{1 + k f \gamma_1} \quad (31)$$

Donde  $\gamma_1$  representa el cociente entre las constantes de pérdidas por histéresis y por corrientes de Eddy.

Para el caso del rotor, se asume que la resistencia de pérdidas adicionales a frecuencia fundamental es igual que la del estátor, por lo que solo debe calcularse la primera. A partir de ello, la resistencia de pérdidas adicionales del rotor se determina para cualquier otra frecuencia armónica como:

$$R_{2L(k)} = R_{2L1} \frac{s_k k f}{s f} \frac{1 + s f \gamma_2}{1 + s_k k f \gamma_2} \quad (32)$$

Donde  $s$  representa el deslizamiento a frecuencia fundamental,  $s_k$  el deslizamiento al armónico  $k$  definido en (21),  $R_{2L1}$  la resistencia de pérdidas adicionales a frecuencia fundamental y  $\gamma_2$  el cociente entre las constantes de pérdidas por histéresis y por corrientes de Eddy del rotor.

---

<sup>25</sup> Ibíd., p 1282.

### **3. ECUACIONES Y MÉTODOS PARA DETERMINAR LA OPERACIÓN DEL MOTOR DE INDUCCIÓN ALIMENTADO CON ARMÓNICOS DE TENSIÓN**

En esta sección se expondrán las ecuaciones y métodos necesarios para determinar, a partir del modelo para armónicos de la figura 11, el efecto de la distorsión armónica de tensión sobre el factor de potencia, la eficiencia y la potencia del motor de inducción.

Inicialmente se propondrá el procedimiento general para determinar todas las variables del circuito eléctrico equivalente a partir de sus parámetros; luego serán descritos los procedimientos para calcular las pérdidas en el motor para posteriormente definir cómo se estudiará el cambio en la eficiencia, el factor de potencia y la potencia de la máquina en condiciones no sinusoidales.

#### **3.1 SOLUCIÓN DEL CIRCUITO ELÉCTRICO EQUIVALENTE CON ARMÓNICOS**

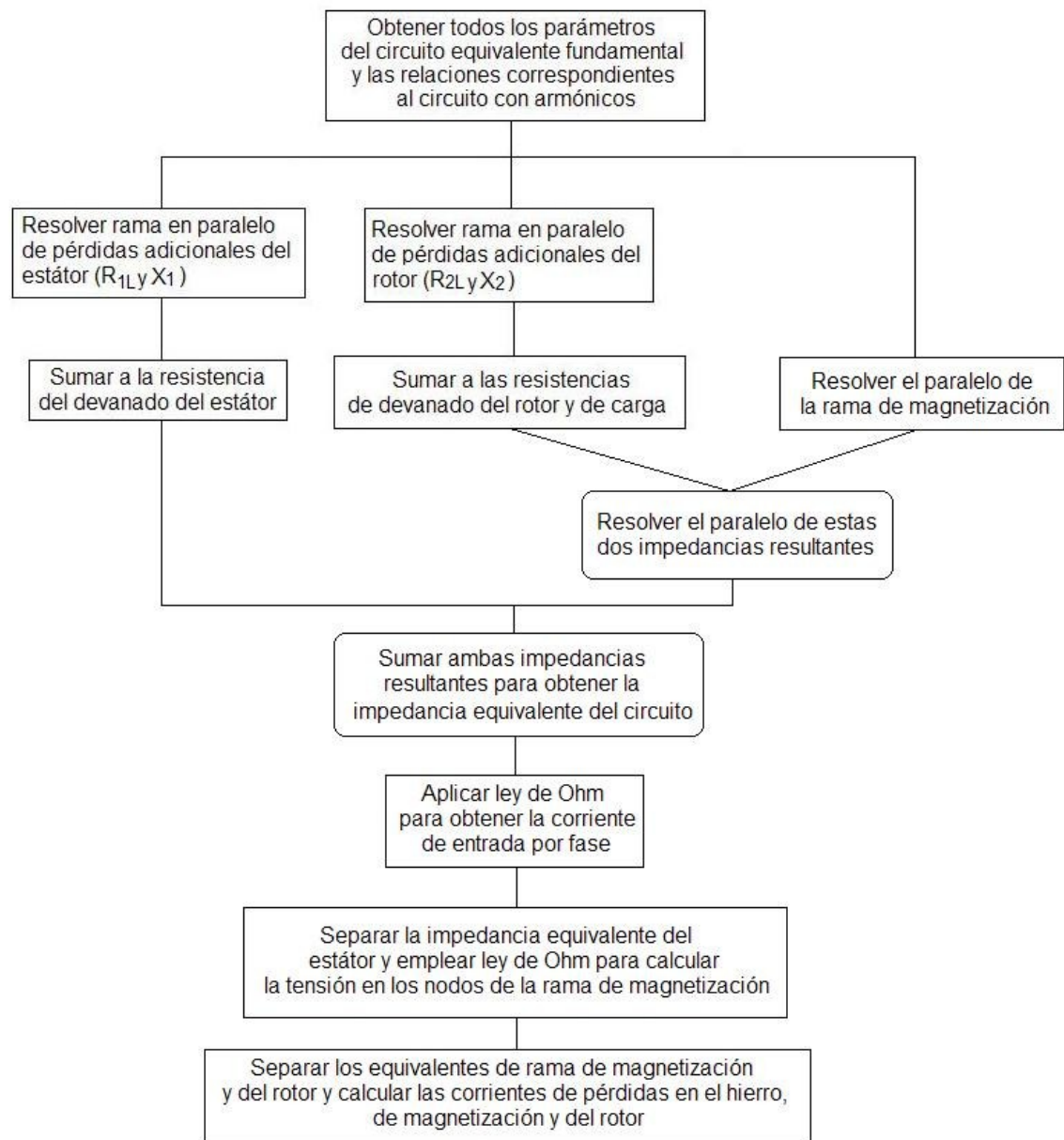
Como se explicó anteriormente, el circuito eléctrico equivalente con armónicos propuesto en la figura 11 representa el efecto de cada tensión armónica aplicada por fase al motor, y los efectos calculados en cada circuito deberán ser sumados mediante el principio de superposición.

Para resolver cada uno de los circuitos armónicos, basta con conocer los parámetros del mismo y la tensión aplicada, para operar el mismo como cualquier circuito de corriente alterna, calculando todas las variables (corrientes de estátor, rotor y magnetización y tensión en la rama de magnetización).

Se propone entonces el siguiente procedimiento para la resolución de cada circuito armónico de la figura 11:



**Figura 12. Procedimiento de cálculo de variables del circuito equivalente con armónicos**



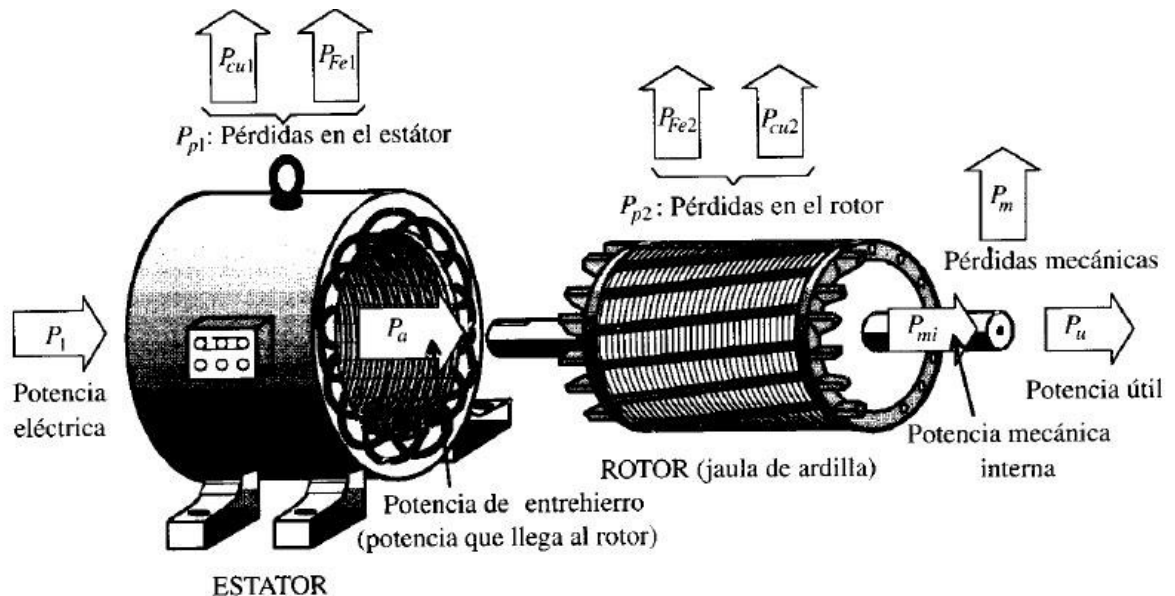
### 3.2 CÁLCULO DE POTENCIAS Y PÉRDIDAS DEL CIRCUITO EQUIVALENTE

Una vez calculadas las variables del circuito equivalente con armónicos, se determinarán las potencias y pérdidas del motor, las cuales permitirán estudiar cómo se afecta la operación del motor de inducción.

Es importante entonces definir cómo serán analizadas las pérdidas y potencias del motor, qué criterios se tendrán en cuenta para determinarlas tanto a frecuencia fundamental como con armónicos.

**3.2.1 Distribución de potencias del motor de inducción.** Fraile<sup>26</sup> define el conjunto de pérdidas del motor de inducción de acuerdo a la figura 13. Esta distribución de potencias muestra las pérdidas totales y las potencias resultantes en cada etapa del motor.

**Figura 13. Distribución de pérdidas del motor de inducción**



**Fuente:** FRAILE MORA, Jesús. Máquinas Eléctricas. 6 Ed. Madrid: McGraw-Hill, 2008, p 283.

Es importante entonces definir el procedimiento para obtener estas potencias y pérdidas empleando el modelo matemático propuesto.

**3.2.2 Cálculo de potencias y pérdidas del modelo propuesto.** Teniendo en cuenta las potencias y pérdidas existentes en el motor y las variables ya

<sup>26</sup> FRAILE MORA, Jesús. Máquinas Eléctricas. 6 Ed. Madrid: McGraw-Hill, 2008, p 283.

calculadas...Véase 3.1... es posible obtener el valor de las potencias dadas en motor.

Inicialmente se define la potencia compleja absorbida por el motor de la red como:

$$S_1 = 3 V_1 I_1^* \quad (33)$$

Cuyas componentes real e imaginaria son la potencia activa de entrada y la potencia reactiva respectivamente:

$$Re(S_1) = P_1 \quad (34)$$

$$Im(S_1) = Q_1 \quad (35)$$

Las pérdidas en el cobre del estátor dependerán de la corriente de entrada por fase del motor, así:

$$P_{cu1} = 3 R_1 I_1^2 \quad (36)$$

Mientras que las pérdidas en el cobre del rotor se definen por:

$$P_{cu2} = 3 R_2 I_2^2 \quad (37)$$

Con lo que las pérdidas totales en el cobre se definen por:

$$P_{cu} = P_{cu1} + P_{cu2} \quad (38)$$

Por otro lado, las pérdidas mecánicas internas asociadas al rotor son definidas de acuerdo a la resistencia de carga de la expresión (1), es decir:

$$P_{mi} = 3 R_c I_2^2 = 3 \left[ R_2 \left( \frac{1-s}{s} \right) \right] I_2^2 \quad (39)$$

La potencia mecánica interna no es igual a la potencia útil en el eje del rotor, puesto que existen unas pérdidas por fricción y ventilación constantes en el motor según su fabricación. Como el objetivo de este proyecto es determinar el cambio en la operación del motor en presencia de armónicos, serán despreciadas las pérdidas por fricción y ventilación asociadas a fenómenos mecánicos.

### 3.3 CÁLCULO DE LA EFICIENCIA DEL MOTOR DE INDUCCIÓN EN PRESENCIA DE ARMÓNICOS

La eficiencia de un proceso, en este caso la transformación de energía eléctrica en mecánica, se define como la relación existente entre la potencia de entrada a consumida y la potencia útil o el trabajo realizado, es decir, está estrechamente relacionada con las pérdidas. Así, la eficiencia es el factor que analiza cómo se utiliza la energía de entrada y que porcentaje de la misma debe ser empleada en pérdidas.

A partir de lo anterior, para determinar los cambios en la eficiencia de un motor de inducción con armónicos de tensión en comparación con un motor alimentado con señal sinusoidal, es necesario evaluar la potencia que debe consumir para realizar el mismo trabajo; por lo tanto, este estudio debe fundamentarse en caracterizar la *potencia mecánica interna* y la *potencia de entrada* del motor.

$$\eta = \frac{P_{mi}}{P_1} \quad (40)$$

Se realizará entonces la comparación entre la eficiencia del motor a frecuencia fundamental y la eficiencia del motor, operando a la misma potencia en el eje, con la suma de las pérdidas de todos los circuitos armónicos. La eficiencia total del motor en presencia de armónicos será:

$$\eta = \frac{\sum P_{mi}}{\sum P_1} \quad (41)$$

### 3.4 CÁLCULO DEL FACTOR DE POTENCIA DEL MOTOR DE INDUCCIÓN EN PRESENCIA DE ARMÓNICOS

Cuando el motor de inducción opera bajo condiciones sinusoidales, el factor de potencia del mismo ante una determinada carga puede establecerse mediante:

$$FP = \frac{P_1}{\sqrt{3} V_1 I_1} \quad (42)$$

En condiciones de distorsión armónica, siendo el factor de potencia asociado a la relación entre potencias activa y reactiva, no basta con realizar una sumatoria como en el caso de la eficiencia. Partiendo de lo propuesto por Quispe<sup>27</sup>, el concepto del factor de potencia definido por el coseno del ángulo que hacen la tensión y la corriente ya no puede ser aplicado en condiciones no sinusoidales, por lo que será necesario analizar la contribución de tensiones y corrientes, al igual que de diferencias angulares de cada armónico mediante la expresión:

$$FP = \frac{V_{1(1)} I_{1(1)} \cos(\phi_1 - \varphi_1) + V_{1(2)} I_{1(2)} \cos(\phi_2 - \varphi_2) + \dots}{\sqrt{(V_{1(1)}^2 + V_{1(2)}^2 + \dots)} (I_{1(1)}^2 + I_{1(2)}^2 + \dots)} \quad (43)$$

### 3.5 CÁLCULO DE LA POTENCIA DEL MOTOR DE INDUCCIÓN EN PRESENCIA DE ARMÓNICOS

Cuando un motor de inducción es alimentado por tensiones no sinusoidales, las corrientes armónicas generadas en su interior generan un aumento de las pérdidas, con lo que se produce a su vez un incremento de la temperatura interna del motor mayor que el nominal, reduciendo la vida útil del mismo.

Anteriormente se determinó cómo estudiar la variación en la eficiencia del motor a partir de generar el mismo trabajo. En esta ocasión se pretende determinar en cuanto se ve reducida la capacidad del motor para entregar una determinada potencia en el eje.

---

<sup>27</sup> QUISPE OQUEÑA, Enrique Ciro. Calidad de la energía eléctrica, bases teóricas y definiciones. En: Diplomado Calidad de la Energía Eléctrica. Modulo 1. Agosto, 1999, Cali, Colombia, p 59.

Ante esta situación se pretende proponer una desclasificación de la potencia del motor de inducción que permita proteger al motor contra fallas o disminución de su vida útil, a partir de que entregue una potencia en el eje que no aumente sus pérdidas internas más del nivel para el que está diseñado.

Según la investigación realizada por Quispe<sup>28</sup>, aunque existen diversos métodos que permiten determinar de manera óptima el efecto de alguna variación en la alimentación del motor sobre su potencia, el más confiable es el denominado método de las *pérdidas en el cobre* o método de la *corriente equivalente nominal*.

Este método parte del hecho de que las pérdidas más relevantes en el motor de inducción son las pérdidas en el cobre del devanado, tanto del estátor como del rotor, debido al alto valor de conductancia térmica de este material que definirá el cambio de las pérdidas del motor en condiciones de distorsión armónica de tensión.

Quispe propone entonces analizar las pérdidas en el cobre del motor alimentado a tensión con frecuencia fundamental. Posteriormente analizar las mismas pérdidas para el motor alimentado con armónicos de tensión variando la carga asociada al mismo hasta obtener unas pérdidas en el cobre iguales a las calculadas con el fundamental.

Debido a que el motor ahora tiene mayores pérdidas por los armónicos, al igualar las pérdidas el motor estará operando con una temperatura igual a su temperatura nominal, pero su capacidad de trabajo, es decir, su potencia en el eje habrá disminuido.

A partir de esta disminución se habrá encontrado el efecto sobre la potencia de los armónicos y podrá proponerse una desclasificación de la potencia del motor analizado.

---

<sup>28</sup> QUISPE OQUEÑA, Enrique Ciro. Efectos del desequilibrio de tensiones sobre la operación del motor de inducción trifásico. Énfasis en la caracterización del desequilibrio de tensiones y el efecto sobre la potencia nominal. Tesis de Doctorado en Ingeniería con énfasis en Ingeniería Eléctrica. Cali: Universidad del Valle. Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería Eléctrica y Electrónica. 2012, p 159.

#### **4. DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE PARÁMETROS DEL CIRCUITO ELÉCTRICO EQUIVALENTE INCLUYENDO ARMÓNICOS DE TENSIÓN**

Una vez definido el modelo y el procedimiento para determinar los cambios en la operación del motor de inducción con armónicos de tensión se realizará el análisis del circuito propuesto aplicado a un motor de 3 HP del laboratorio de conversión de energía de la Universidad Autónoma de Occidente - UAO.

Serán inicialmente definidas diversas pruebas de laboratorio principalmente recomendadas por la norma IEEE 112-2004 que ofrecerán información necesaria para que, de acuerdo con el mismo documento, puedan ser calculados los parámetros del circuito equivalente del motor de inducción.

Posteriormente se realizarán las pruebas definidas utilizando las instalaciones y los equipos de medición propios del laboratorio de conversión de energía de la UAO para calcular los parámetros del circuito eléctrico equivalente del motor en condiciones sinusoidales.

Finalmente, a partir de los parámetros determinados experimentalmente, serán calculados los parámetros adicionales asociados con el circuito eléctrico equivalente alimentado con una forma de onda no sinusoidal para permitir el estudio de su comportamiento de acuerdo a lo descrito en apartados anteriores... Véase 2.3 y 3...

##### **4.1 MÉTODO PARA EL CÁLCULO DE PARÁMETROS A FRECUENCIA FUNDAMENTAL A PARTIR DE PRUEBAS**

La norma IEEE 112-2004 titulada "IEEE Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators" es un documento publicado por el IEEE en el 2004 que involucra diversas instrucciones para conducir y reportar diferentes pruebas aplicables a máquinas polifásicas de inducción con el fin de determinar sus características y niveles de desempeño<sup>29</sup>.

Entre las recomendaciones dadas por la norma, el capítulo 5 es dedicado a las pérdidas en máquinas de inducción y los ensayos de laboratorio para determinarlas, refiriendo su sección 5.9, a procedimientos para el cálculo de los parámetros del circuito eléctrico equivalente del motor de inducción alimentado por

---

<sup>29</sup> INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS IEEE. IEEE Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators. IEEE, IEEE Std. 112 - 2004 (Revisión de IEEE Std 112-1996), 2004, p 1.

tensiones sinusoidales a partir de pruebas fundamentadas, entre otros, en cuatro métodos diferentes para determinar impedancias, que son<sup>30</sup>:

- *Método 1.* Prueba con rotor bloqueado a un máximo del 25% de la frecuencia y la corriente asignadas.
- *Método 2.* Prueba con rotor bloqueado a tres frecuencias: una a la frecuencia asignada, una a aproximadamente el 50% de la frecuencia asignada y otra a un máximo del 25% de la frecuencia asignada, todas a corriente nominal.
- *Método 3.* Una prueba con un deslizamiento aproximado a la frecuencia del rotor reducida. Para este caso el motor se acciona desacoplado o acoplado a una carga pequeña reduciendo la tensión hasta alcanzar un deslizamiento aproximado al funcionamiento del motor a plena carga.
- *Método 4.* Prueba de rotor bloqueado a tensión reducida y frecuencia asignada resultando en una corriente aproximada a la corriente asignada o de funcionamiento a plena carga.

Partiendo de los métodos propuestos para determinar las impedancias de la máquina, de las instalaciones de laboratorio con las que cuenta la UAO y de las recomendaciones de algunos autores para calcular los parámetros del motor de inducción en condiciones sinusoidales, se determinan entonces los ensayos que se realizarán al motor de prueba.

**4.1.1 Ensayo de corriente directa.** Esta prueba tiene como objetivo determinar la resistencia equivalente asociada al devanado del estator y así calcular posteriormente las pérdidas por efecto Joule en el cobre del estátor.

Para este ensayo, según lo expuesto por Fraile<sup>31</sup>, se introduce corriente directa – CD, en los terminales del estátor mediante una fuente de tensión que debe ser de valor reducido, pues al introducir CD en los devanados son anulados los efectos reactivos y la baja resistencia del cobre ocasionará altas corrientes que pueden ser perjudiciales para la máquina (emulando un corto circuito). Es recomendable asimismo no exponer el motor a este tipo de excitación por un tiempo prolongado.

Asumiendo entonces que los devanados del estátor son simétricos, es decir, que poseen las mismas características eléctricas por fase, se debe realizar el montaje, para un motor con conexión en Y, de acuerdo a lo expuesto en la figura 14.

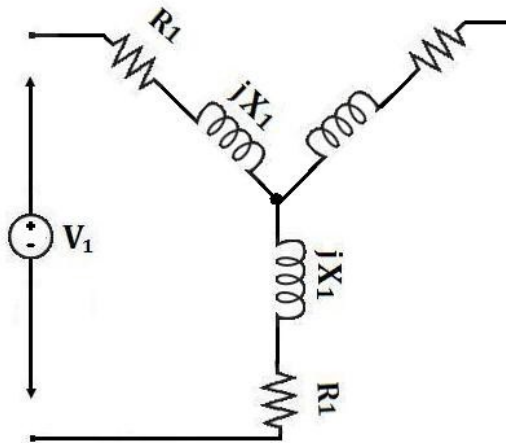
---

<sup>30</sup> Ibid., p 25, 26.

<sup>31</sup> FRAILE MORA, Jesús. Op. Cit., p 278.



**Figura 14. Esquema para el ensayo con corriente directa**



Durante el ensayo deben ser medidos los valores de tensión y corriente de la máquina. Se determina entonces la resistencia entre ambas fases del estátor mediante la relación dada por la ley de Ohm:

$$R = \frac{V}{I} \quad (44)$$

A partir de lo cual se determina la resistencia del estátor, por fase, como:

$$R_1 = \frac{R}{2} \quad (45)$$

**4.1.2 Ensayo en vacío.** Este ensayo se realiza, según la norma IEEE 112-2004<sup>32</sup>, accionando el motor en pruebas a tensión y frecuencia asignadas mediante una fuente variable de alimentación y sin carga mecánica acoplada al eje. Cuando se alcance el estado estacionario del motor accionado, se deben medir los valores de tensión, corriente y potencia de entrada a frecuencia asignada y en un rango de tensiones que va desde el 125% de la tensión asignada disminuyendo la misma hasta el punto en que un decremento en la tensión incremente la corriente medida.

<sup>32</sup> INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS - IEEE. Op Cit., p 12, 13.

Cuando el motor opera con su rotor libre, según explica Fraile<sup>33</sup>, este gira a una velocidad muy cercana a su velocidad de sincronismo, por lo cual, desde el punto de vista de la figura 7 y la expresión (2), la resistencia de carga tendrá un valor muy elevado (pero no infinito) con lo que la corriente del rotor  $I_2$  tendrá un valor muy reducido, haciendo posible el supuesto de despreciar las pérdidas por efecto Joule del cobre del rotor. A partir de este supuesto, se determinan los parámetros del ensayo en vacío.

**4.1.2.1 Corriente de vacío.** La corriente de vacío se determina a partir del promedio de las corrientes de línea medidas a tensión asignada durando el ensayo. Como la corriente del rotor fue despreciada, esta corriente representa tanto la que circula por el rotor como por la rama de magnetización de la figura 7.

**4.1.2.2 Pérdidas de vacío.** La potencia de entrada medida es el total de las pérdidas dadas en el motor cuando este opera sin carga. Estas pérdidas consisten en las pérdidas por efecto Joule o  $I^2R$  del estátor, fricción, ventilación y pérdidas en el núcleo ferromagnético  $P_{fe}$ .

**4.1.2.3 Fricción y ventilación.** Estas pérdidas pueden ser determinadas mediante una regresión lineal usando tres o más puntos de una curva de potencia versus tensión al cuadrado. Para determinarlas es necesario restar las pérdidas  $I^2R$  del estator a las pérdidas de vacío a cada una de las tensiones de alimentación en las que fueron medidas, obteniendo la suma de las pérdidas en el núcleo y las pérdidas por fricción y ventilación, así:

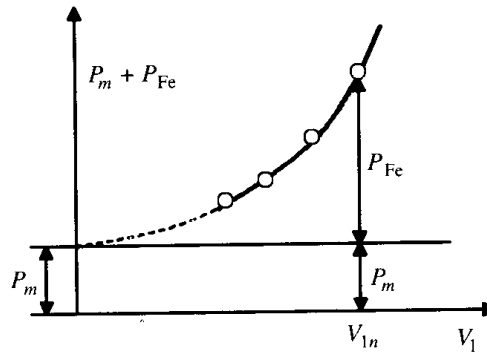
$$P_{fe} + P_{fv} = P_o - P_{cul} \quad (46)$$

Si se grafica la potencia resultante en función de la tensión, se obtiene una curva con tendencia parabólica, de acuerdo a lo mostrado en la figura 15. Si se extrapola la curva hasta que la misma corte con el eje de las ordenadas se obtiene, para una tensión de cero Volts, el total de las pérdidas por fricción y ventilación, debido a que las pérdidas en el núcleo son nulas al no existir una tensión aplicada que genere flujo en el entrehierro.

---

<sup>33</sup> FRAILE MORA, Jesús. Op. Cit, p 278, 279.

**Figura 15. Pérdidas de vacío en función de la tensión**

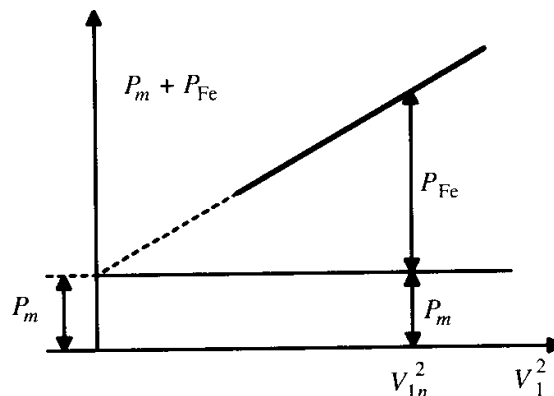


**Fuente:** FRAILE MORA, Jesús. Máquinas Eléctricas. 6 Ed. Madrid: McGraw-Hill, 2008, p 279.

El valor de las pérdidas en el núcleo ferromagnético a la tensión asignada se determina entonces restando el valor obtenido de corte con el eje de las ordenadas al valor dado de la expresión (46).

Como la extrapolación de una curva con tendencia parabólica puede incurrir en elevados valores de incertidumbre, se hace más práctico representar las pérdidas de fricción y ventilación más las pérdidas en el núcleo en función de la tensión al cuadrado, con lo cual será necesario extrapolar una línea recta mediante regresión lineal en lugar de una curva, así como se muestra en la figura 16.

**Figura 16. Pérdidas de vacío en función de la tensión al cuadrado**



**Fuente:** FRAILE MORA, Jesús. Máquinas Eléctricas. 6 Ed. Madrid: McGraw-Hill, 2008, p 279.

**4.1.2.4 Pérdidas en el núcleo.** Las pérdidas en el núcleo  $P_{fe}$ , para cada tensión del ensayo de vacío, se obtienen restando el valor de las pérdidas de fricción y ventilación y las pérdidas  $I^2R$  ya determinadas... Véase 4.1.2.3... de la potencia de vacío.

**4.1.3 Ensayo de rotor bloqueado.** En este apartado son determinadas las impedancias del motor, de acuerdo a los métodos para determinar impedancias según la IEEE 112-2004, anteriormente citados ...Véase 4.1...

Se decide emplear el método 4, debido a que se dispone de los elementos necesarios para realizar el montaje definido por este en el laboratorio de conversión de energía en que se encuentra el motor en prueba.

Para aplicar el método 4 que permite determinar las impedancias, es necesario realizar previamente la prueba en vacío al motor seleccionado...Véase 4.1.2... Posteriormente se debe conectar el motor a una fuente variable de tensión a cero Volts y se debe bloquear el rotor del mismo para que no pueda girar libremente. Es necesario disponer de equipos que midan constantemente los niveles de tensión, corriente y potencia de entrada del motor. Así, se debe incrementar gradualmente la tensión de la fuente variable hasta obtener una medición de corriente de entrada aproximadamente igual a la corriente de placa del motor. Cabe anotar la necesidad de realizar esta prueba verificando cuidadosamente que la corriente del motor no supere nunca su corriente asignada, de lo contrario este podría resultar en fallas por sobrecalentamiento.

Cuando el rotor del motor, aun energizado, no gire, es decir, que su velocidad es cero, el deslizamiento del mismo será  $s = 1$ , provocando que la resistencia de carga sea de cero Ohms y que la corriente del rotor sea máxima, al punto que sea tan grande que es posible despreciar la contribución en pérdidas por parte de la corriente de magnetización, es decir, despreciar la rama en paralelo del circuito de la figura 7.

**4.1.3.1 Cálculos.** Para calcular las impedancias del motor de inducción se debe iniciar por asumir la relación existente entre las reactancias  $X_1$  y  $X_2$  de acuerdo a los detalles de diseño según la norma NEMA, que define, como explica Chapman<sup>34</sup>, las características físicas normalizadas de las curvas par-velocidad en los motores de inducción según el rotor, normalmente referidos en la placa de características de la máquina. Así, la relación entre reactancias se supone de acuerdo al siguiente criterio:

---

<sup>34</sup> CHAPMAN. Stephen J. Máquinas Eléctricas. México: McGraw-Hill Interamericana de México. 1988, ISBN 968-422-149-5, p 523-525.

$\left(\frac{X_1}{X_2}\right) = 1,0$ ; Para motores con diseño A y diseño D o para motores con rotor devanado.

$\left(\frac{X_1}{X_2}\right) = 0,67$ ; Para motores con diseño B.

$\left(\frac{X_1}{X_2}\right) = 0,43$ ; Para motores con diseño C.

A partir de este supuesto son calculadas las potencias reactivas de vacío y de plena carga de acuerdo con las expresiones:

$$Q_0 = \sqrt{(m V_{10} I_{10})^2 - P_0^2} \quad (47)$$

$$Q_L = \sqrt{(m V_{1L} I_{1L})^2 - P_L^2} \quad (48)$$

Cabe anotarse que la tensión por fase  $V_1$  asociada a las expresiones anteriores parte de las pruebas de vacío y rotor bloqueado como:

$$V_1 = \frac{\text{Tensión línea-línea aplicada}}{\sqrt{3}} \quad (49)$$

Se procede entonces a calcular la reactancia de magnetización.

$$X_M = \frac{m V_0^2}{Q_0 - (m I_{10}^2 X_1)} \times \frac{1}{\left(1 + \frac{X_1}{X_M}\right)^2} \quad (50)$$

Con lo que se calcula la reactancia de dispersión del estátor:

$$X_1 = \frac{Q_L}{m I_{1L}^2 \left[ 1 + \left( \frac{X_1}{X_2} \right) + \left( \frac{X_1}{X_M} \right) \right]} \times \left[ \left( \frac{X_1}{X_2} \right) + \left( \frac{X_1}{X_M} \right) \right] \quad (51)$$

Las expresiones definidas para  $X_M$  y para  $X_1$  deben resolverse de acuerdo al siguiente procedimiento:

- Calcular  $X_M$  asumiendo los valores de  $X_1$  y de  $X_1/X_M$ .
- Calcular  $X_1$  asumiendo el mismo valor de  $X_1/X_M$  antes empleado.
- Calcular  $X_M$  empleando el valor de  $X_1$  ya calculado y la relación de  $X_1/X_M$  a partir de los parámetros ya calculados.
- Continuar con el proceso de iteración hasta que los errores porcentuales de cada variable,  $X_M$  y  $X_1$ , sean menores o iguales que 0,1%

Se procede entonces a realizar los cálculos asociados a las siguientes expresiones:

$$B_M = \frac{1}{X_M} \quad (52)$$

$$X_2 = \frac{X_1}{\left( \frac{X_1}{X_2} \right)} \quad (53)$$

$$G_{fe} = \frac{P_{fe}}{m V_{10}^2} \times \left( 1 + \frac{X_1}{X_M} \right)^2 \quad (54)$$

$$R_{fe} = \frac{1}{G_{fe}} \quad (55)$$

Con estos parámetros calculados se procede entonces, según la norma en estudio, a realizar el ensayo a deslizamiento nominal para determinar la resistencia del devanado del rotor.

**4.1.4 Ensayo a deslizamiento nominal.** También denominado *ensayo de deslizamiento a tensión reducida* consiste en accionar la máquina desacoplada de cualquier carga o acoplada a una carga muy pequeña variando la tensión de alimentación hasta que se obtenga una condición de operación en que la velocidad de giro del motor corresponda a la velocidad en placa, es decir, hasta que opere a su deslizamiento asignado. Deben ser medidos entonces los valores de tensión, corriente, potencia y factor de potencia.

**4.1.4.1 Cálculos.** Partiendo de los parámetros anteriormente calculados y de las mediciones del ensayo de deslizamiento a tensión reducida, se calcula:

$$V_{2s} = \sqrt{[V_{1s} - I_{1s}(R_1 \cos \theta_{1s} - X_1 \sin \theta_{1s})]^2 + [I_{1s}(R_1 \sin \theta_{1s} - X_1 \cos \theta_{1s})]^2} \quad (56)$$

Donde el subíndice 's' hace referencia a los parámetros medidos en el ensayo de deslizamiento a tensión reducida.

Se calcula de igual manera:

$$\theta_{2s} = \arctan \frac{-I_{1s} (R_1 \sin \theta_{1s} - X_1 \cos \theta_{1s})}{V_{1s} - I_{1s} (R_1 \cos \theta_{1s} - X_1 \sin \theta_{1s})} \quad (57)$$

$$I_{Ms} = \frac{V_{2s}}{X_M} \quad (58)$$

$$I_{fes} = \frac{V_{2s}}{R_{fe}} \quad (59)$$

$$I_{2s} = \sqrt{[I_{1s} \cos \theta_{1s} - I_{Ms} \sin \theta_{2s} - I_{fes} \cos \theta_{2s}]^2 + [-I_{1s} \sin \theta_{1s} - I_{Ms} \cos \theta_{2s} - I_{fes} \sin \theta_{2s}]^2} \quad (60)$$

$$Z_2 = \frac{V_{2s}}{I_{2s}} \quad (61)$$

$$R_2 = s \sqrt{Z_2^2 - X_2^2} \quad (62)$$

Con lo que se tienen ya la totalidad de los parámetros del circuito eléctrico equivalente del motor de inducción sin distorsión armónica de tensión.

## 4.2 ENSAYOS A UN MOTOR DE 3 HP

Se selecciona un motor con una potencia nominal de 3 HP para determinar sus parámetros a frecuencia fundamental experimentalmente y posteriormente calcular los parámetros del circuito equivalente con armónicos de tensión.

**Figura 17. Motor seleccionado para pruebas**



Es importante entonces conocer las características de la placa del motor seleccionado al igual que los equipos para la realización de la prueba, con el fin de determinar que las condiciones de la misma sean aceptables según la norma IEEE 112-2004.

**4.2.1 Datos de placa del motor de prueba.** El motor seleccionado del laboratorio de conversión de energía de la Universidad Autónoma de Occidente presenta en su placa de características los siguientes datos:



**Cuadro 3. Características de placa del motor seleccionado**

Parámetro	Valor / Característica
Potencia	3 HP (2235 W)
Frecuencia	60 Hz
Tensión	230 V – 240 V
Corriente	9.0 A
Clase de aislamiento	F
'Frame'	182T
Tipo	UT
Diseño	B
Código	K
'Rating'	40.C
SF (Factor de Servicio)	1,25
Eficiencia nominal NEMA	84.0 %
Velocidad nominal	1745 RPM

**4.2.2 Instalaciones de laboratorio.** El laboratorio de conversión de energía de la Universidad Autónoma de Occidente cuenta con las instalaciones adecuadas para realizar los ensayos descritos en el apartado anterior... Véase 4.1... Además del motor de prueba seleccionado cuenta con:

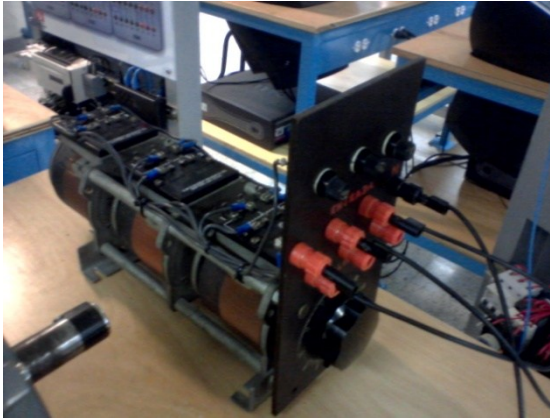
- *Fuente de tensión de CD:* Alimentación en corriente directa variable entre cero (0) y 140 V, limitando la corriente por un sistema de protección por fusible de 4 A.

**Figura 18. Fuente variable de corriente directa**



- *Autotransformador trifásico*: Fuente de tensión que alimentada con 240 V trifásicos puede tener una salida trifásica de hasta 280 V variables. Cuenta con sistemas de protección tipo fusible de 12 A.

**Figura 19. Autotransformador trifásico**



- *Fuente trifásica de tensión*: Alimentación trifásica proveniente del sistema de distribución local.

**Figura 20. Fuente de tensión trifásica**



**4.2.3 Instrumentación empleada.** Para realizar la medición de las respectivas variables asociadas a cada ensayo definido, son empleados los siguientes instrumentos de medida:

**4.2.3.1 Multímetro digital.** Multímetro marca Uni-T referencia UT50A<sup>35</sup> con capacidad de medición de tensión de hasta 1000 V RMS y de corriente desde 20  $\mu$ A hasta 20 A.

**Figura 21. Multímetro digital empleado**



**Fuente:** UNI-TREND INTERNATIONAL LIMITED. Uni-T. Model UT50A/B/C operating manual. Kwun Tong: UNI-TREND TECHNOLOGY. 2001, p 0\_1.

Este dispositivo será empleado para realizar el ensayo de CD, es decir, para medir valores continuos de tensión y corriente, de ahí que sus características de precisión son definidas para mediciones en CD como:

---

<sup>35</sup> UNI-TREND INTERNATIONAL LIMITED. Uni-T. Model UT50A/B/C operating manual. Kwun Tong: UNI-TREND TECHNOLOGY. 2001, p 1-30.

**Cuadro 4. Características de precisión del multímetro para medición de tensión y corriente en CD**

Rango	Resolución	Precisión
<b>Tensión</b>		
200 mV	100 $\mu$ V	$\pm (0,5\% + 1 \text{ dígito})$
2 V	1 mV	
20 V	10 mV	
200 V	100 mV	
1000 V	1 V	$\pm (0,8\% + 2 \text{ dígitos})$
<b>Corriente</b>		
20 $\mu$ A	0,01 $\mu$ A	$\pm (0,8\% + 1 \text{ dígito})$
2 mA	1 $\mu$ A	
20 mA	10 $\mu$ A	- - - -
200 mA	100 $\mu$ A	$\pm (1,5\% + 1 \text{ dígito})$
20 A	10 mA	$\pm (2,5\% + 5 \text{ dígitos})$

**Fuente:** UNI-TREND INTERNATIONAL LIMITED. Uni-T. Model UT50A/B/C operating manual. Kwun Tong: UNI-TREND TECHNOLOGY. 2001, p 27, 28.

**4.2.3.2 Tacómetro digital.** Dispositivo que permite medir la velocidad de giro de un motor en Revoluciones Por Minuto (RPM), marca Shimpo referencia DT-205B<sup>36</sup> con capacidad máxima de medición de hasta 30000 RPM

**Figura 22. Tacómetro digital Shimpo DT-205B**



<sup>36</sup> SHIMPO. Hand digital tachometer. DT-205B instruction manual. Illinois: Shimpo. 1987, p 1.

Las características asociadas a la precisión son definidas en el manual de instrucciones del dispositivo así:

**Cuadro 5. Características de precisión del tacómetro digital**

Rango de medición	Incertidumbre
6 – 5 000 RPM	1 RPM
5 000 – 30 000 RPM	2 RPM

**Fuente:** SHIMPO. Hand digital tachometer. DT-205B instruction manual. Illinois: Shimpco. 1987, p 2.

**4.2.3.3 Analizador de redes.** Dispositivo de medición microprocesado marca HT-Italia que permite estudiar valores, tendencias y formas de onda de diferentes variables eléctricas en tiempo real con la posibilidad de realizar registros de datos durante su operación.

**Figura 23. Analizador de redes HT**



**Fuente:** HT Italia. Manual de instrucciones. PQA400 – PQA823 – PQA824. Faenza: HT Italia. 2006, p 1.

Este dispositivo tiene la posibilidad de emplear pinzas voltiamperimetricas convencionales para la medición de corriente ajustables en diferentes rangos, al igual que cables de conexión tipo caimán para la medición de tensión.

**Figura 24. Pinzas para la medición de corriente**



**Figura 25. Pinzas para la medición de tensión**



En su manual de instrucciones<sup>37</sup>, el analizador define los siguientes parámetros asociados a su incertidumbre:

---

<sup>37</sup> HT. Manual de instrucciones. PQA400 – PQA823 – PQA824. Faenza: HT Italia. 2006, p 119, 120.

**Cuadro 6. Características de precisión del analizador de redes**

Escala	Resolución	Precisión
Tensión TRMS trifásica		
0,0 – 1000 V	0,1 V	±(0,5%Lectura + 2 dígitos)
Corriente con transductor estándar		
0,0 – 1000,0 mV	0,1 mV	±(0,5%Lectura + 0,06%FE)
Potencia [W, VAr, VA]		
FE < 1 A	0,1	±(1,0%Lectura + 6 dígitos)
1 A < FE < 10 A	0,001 k	
10 A < FE < 100 A	0,01 k	
100 A < FE < 3000 A	0,1 k	
Factor de potencia		
0,20 – 0,50	0,01	1,0 °
0,50 – 0,80		0,7 °
0,80 – 1,00		0,6 °
Armónicos tensión / corriente		
CD – 25 <sup>a</sup>	0,1 V / 0,1 A	±(5,0%Lectura + 5 dígitos)
26 <sup>a</sup> – 33 <sup>a</sup>		
34 <sup>a</sup> – 49 <sup>a</sup>		
Frecuencia		
42,5 – 69,0 Hz	0,1 Hz	±(0,2%Lectura + 1 dígito)

**Fuente:** HT. Manual de instrucciones. PQA400 – PQA823 – PQA824. Faenza: HT Italia. 2006, p 191 - 120.

**4.2.4 Procedimiento para determinar incertidumbres.** Antes de proceder a la implementación de los ensayos para determinar los parámetros del motor, es importante definir qué aspectos se tendrán en cuenta para caracterizar las incertidumbres en las mediciones, pues si bien esta práctica no requiere niveles de certidumbre muy elevados, es importante acotar los resultados en una referencia que brinde la certeza en su precisión.

**4.2.4.1 Incertidumbre de instrumentos digitales.** La incertidumbre que puede ocasionar la medición con los instrumentos descritos anteriormente... Véase 4.2.3... está definida de acuerdo al proceso de calibración de los mismos y viene definido normalmente en sus manuales de uso. Las incertidumbres de estos instrumentos viene entonces descrita a partir de más o menos un porcentaje de la lectura tomada más un factor porcentual proporcional a la escala máxima; en

algunas ocasiones es definido también un factor adicional referente al número de dígitos de la unidad que se mide que se debe sumar a la incertidumbre.

**4.2.4.2 Incertidumbre a partir de diversas muestras.** En muchas ocasiones y debido a factores externos como la temperatura, cambios en los sistemas de alimentación y demás, las mediciones son sometidas a variaciones mínimas de las lecturas, por lo que se recomienda, según autores como Ramírez<sup>38</sup> tomar varias muestras, así, puede ser determinada la incertidumbre de las mismas a partir de:

- Promedio de varias mediciones: Permite determinar el valor medio de una serie de muestras tomadas y se da por la siguiente expresión, donde  $A$  es la muestra tomada y  $n$  es el número de muestras.

$$M = \frac{1}{n} \sum_1^n A_n \quad (63)$$

- Error absoluto: Es el rango de posibles variaciones que puede tener un valor. El error absoluto de una de las muestras tomadas es.

$$\delta_n = A_n - M \quad (64)$$

- Error medio: Valor del error absoluto promedio dado en todas las muestras.

$$\delta_M = \frac{1}{n} \sum_1^n \delta_n \quad (65)$$

- Dispersión: Medida de la diferencia dada entre las muestras tomadas y el promedio calculado.

$$\gamma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n \delta_n^2} \quad (66)$$

---

<sup>38</sup> RAMÍREZ VAZQUEZ, José. Medidas Eléctricas. Enciclopedia CEAC de electricidad. 3 ed. Barcelona: Ediciones CEAC S.A., 1989, p 15-34



- Inseguridad: Relación media entre la dispersión y el número de muestras tomadas.

$$\gamma_M = \frac{\gamma}{\sqrt{n}} \quad (67)$$

- Error relativo: Desviación existente entre la inseguridad y la media de las muestras tomadas.

$$\varepsilon = \frac{\gamma_M}{M} \quad (68)$$

A partir de ello, el valor final de la medición reportada será:

$$A = M \pm \delta_M \pm \varepsilon \quad (69)$$

**4.2.4.3 Incertidumbre medida a partir de una función.** Cuando se procede a calcular una variable a partir de otras medidas en laboratorio y que tienen asociados niveles de incertidumbre, se obtiene la incertidumbre de la variable calculada a partir de:

$$\mu = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\delta f}{\delta x_i} \right)^2 (\mu_{x_i})^2} \quad (70)$$

Donde  $f$  es una función con  $i$  variables dependientes,  $x_i$  es la variable dependiente número  $i$  y  $\mu_{x_i}$  es la incertidumbre asociada a la variable  $x_i$ .

**4.2.5 Características de la red eléctrica.** Antes de realizar los ensayos para determinar los parámetros del circuito del motor de inducción en condiciones sinusoidales debe verificarse que el sistema eléctrico de alimentación no tenga niveles de distorsión armónica apreciables y que posea un nivel de simetría aceptable.

Según los criterios dados en la norma IEEE 112 – 2004<sup>39</sup> el THD de la señal de alimentación no debe exceder en ningún momento el 5% para que la misma pueda

---

<sup>39</sup> INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS - IEEE. Op Cit., p 2.

ser considerada como sinusoidal. De acuerdo a las mediciones realizadas por el analizador de redes, el mayor valor de THD registrado en todas las fases es de 2,6%, cumpliendo con lo recomendado por la norma.

Así mismo la norma establece que el desequilibrio de tensiones del sistema trifásico de alimentación debe ser menor que 0,5%. De acuerdo a las mediciones previas, el valor de desequilibrio de tensiones alcanza el 0.45%, lo que indica que el sistema de alimentación es apto para realizar las pruebas.

**4.2.6 Ensayo de corriente directa.** Se realiza el montaje y experimentación para este ensayo de acuerdo a lo descrito anteriormente...Véase 4.1.1... La figura 26 muestra las conexiones reales de acuerdo al diagrama descrito en la figura 14.

**Figura 26. Montaje para el ensayo de corriente directa**



Se aplica una tensión CD menor al 20% de la tensión nominal de la máquina, de tal forma que la corriente circulante sea menor que 4 A, esto debido a la limitación ofrecida por el fusible de la fuente de alimentación respecto a este valor.

Son tomadas diversas muestras entre los diferentes devanados (5 muestras por devanado), con lo cual se obtienen los siguientes resultados promedio con sus respectivas incertidumbres, determinadas a partir de la clase de exactitud del dispositivo de medición y de la dispersión obtenida con las diferentes mediciones...Véase 4.2.4...

**Cuadro 7. Valores medios medidos en ensayo de CD**

Tensión CD (V)	Incertidumbre (V)	Corriente (A)	Incertidumbre (A)
17,687	$\pm 0,058$	3,805	$\pm 0,043$

Se determina entonces la resistencia equivalente del estátor  $R_1$  de acuerdo a lo descrito por las expresiones (44) y (45) y con la información suministrada en el cuadro 7. Igualmente se determina la incertidumbre de la resistencia calculada acorde a la expresión (70).

**Cuadro 8. Resistencia por fase del estátor**

Resistencia por fase	Incertidumbre
2,33 $\Omega$	$\pm 0,0544 \Omega$

**4.2.7 Ensayo en vacío.** La figura 27 muestra la conexión del motor a la fuente variable de tensión, dispuesto para la prueba de vacío.

**Figura 27. Motor alimentado por autotransformador para ensayos de vacío, rotor bloqueado y deslizamiento a tensión reducida**



A partir del ensayo realizado en vacío, se obtienen los siguientes valores medidos con su respectiva incertidumbre:

**Cuadro 9. Resultados de la medición en vacío**

Porcentaje de la tensión nominal	Tensión (V)		Corriente (A)		Potencia (W)	
	Promedio	Incertidumbre	Promedio	Incertidumbre	Promedio	Incertidumbre
120	294.64	± 0.512	8.989	± 0.201	321.89	± 2.597
110	268.13	± 0.668	7.956	± 0.180	301.56	± 1.594
100	243,23	± 0.612	6.489	± 0.160	236.00	± 2.004
90	218,10	± 0.935	4.627	± 0.202	172.67	± 0.446
80	192,85	± 0.835	3.700	± 0.177	137.00	± 0.335
70	167,08	± 0.752	3.030	± 0.169	112.17	± 0.279
60	143,12	± 0.959	2.518	± 0.143	94.83	± 0.279
50	119,53	± 0.468	2.086	± 0.068	81.83	± 0.559
40	96,62	± 0.324	1.713	± 0.072	71.83	± 0.280
30	71,33	± 0.212	1.368	± 0.019	62.83	± 0.280
20	48,83	± 0.135	1.186	± 0.023	59.17	± 0.280

Con la información obtenida, las tensiones de línea son divididas entre  $\sqrt{3}$  y elevadas al cuadrado, mientras que a las pérdidas de vacío, según la expresión (46) se le resta el valor de pérdidas en el cobre obtenido a partir de las respectivas corrientes medidas elevadas al cuadrado y de la resistencia del devanado del estátor ya calculada en el cuadro 8.

Con ayuda de la herramienta de simulación MATLAB, se realiza la regresión lineal de la curva asociada a las variables de la figura 16. Los resultados pueden observarse en la figura 26. Se obtiene la ecuación que representa esta recta:

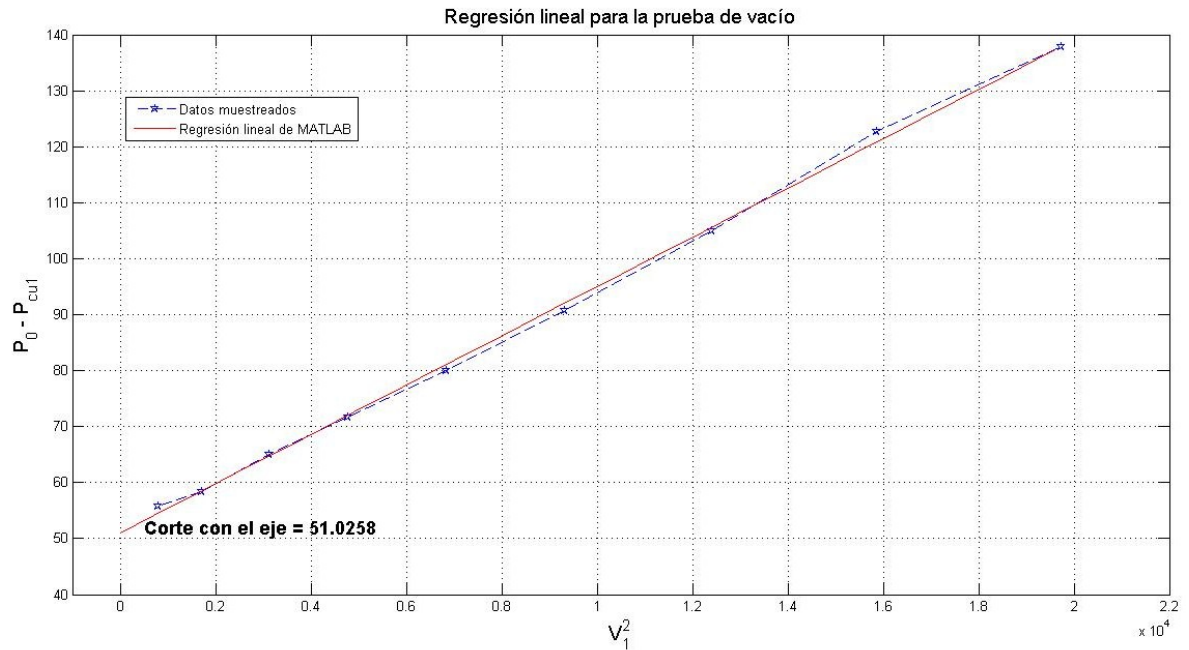
$$Y = 0,0044 X + 51,0258 \quad (71)$$

A partir de lo anterior, es posible definir las pérdidas por fricción y ventilación y las pérdidas en el hierro a tensión asignada como:

**Cuadro 10. Pérdidas de fricción y ventilación y del hierro**

Pérdidas por fricción y ventilación (W)	Pérdidas en el hierro a tensión nominal (W)
51,0258	86,815

**Figura 28. Regresión lineal realizada en MATLAB**



**4.2.8 Ensayo de rotor bloqueado.** Se emplea para esta prueba el mismo montaje de laboratorio de la figura 27, sin embargo, antes de encender la alimentación se bloquea el rotor para evitar su movimiento y se eleva la tensión hasta que la corriente de entrada sea igual a la asignada, es decir, 9 A.

Los resultados de la medición con rotor bloqueado a tensión reducida son consignados en el cuadro 11.

**Cuadro 11. Resultados de medición del ensayo de rotor bloqueado**

Variable	Magnitud	Incertidumbre
Tensión en bornes (V)	43.30	$\pm 0.203$
Corriente de entrada (A)	8.99	$\pm 0.059$
Potencia activa (W)	342.33	$\pm 1.558$
Potencia reactiva (VAr)	575.33	$\pm 2.447$

**4.2.8.1 Cálculos.** A partir de los datos medidos en el cuadro 11, se procede a calcular los parámetros asociados a esta prueba según el procedimiento descrito en 4.1.3.1.

Inicialmente se selecciona la relación de impedancias según el diseño del motor, que para este caso es tipo NEMA B, por lo que la relación  $\left(\frac{X_1}{X_2}\right) = 0,67$ . Posteriormente, basado en la relación de estos parámetros se emplean las expresiones (47) a (55) para calcular los parámetros listados en el siguiente cuadro:

**Cuadro 12. Cálculos de la prueba de rotor bloqueado**

Parámetro	Magnitud	Incertidumbre	Método de cálculo
Potencia reactiva de vacío $Q_0$ (VAr)	2723,702	$\pm 11.356$	Expresión (47)
Potencia reactiva bajo carga $Q_L$ (VAr)	581,089	$\pm 5.819$	Expresión (48)
Reactancia de magnetización $X_m$ ( $\Omega$ )	20,731	$\pm 0.150$	Iteración en conjunto con $X_1$ con expresiones (50) y (51)
Reactancia de dispersión del estátor $X_1$ ( $\Omega$ )	1,001	$\pm 0.006$	Iteración en conjunto con $X_m$ con expresiones (50) y (51)
Susceptancia de magnetización $B_m$ (Siemens)	0,048	$\pm 0.0018$	Expresión (52)
Reactancia de dispersión del rotor $X_2$ ( $\Omega$ )	1,494	$\pm 0.056$	Expresión (53)
Conductancia de magnetización $G_{fe}$ (Siemens)	0,00161	$\pm 0.00003$	Expresión (54)
Resistencia de magnetización o pérdidas en el hierro $R_{fe}$ ( $\Omega$ )	620,132	$\pm 0.356$	Expresión (55)

**4.2.9 Ensayo a deslizamiento nominal.** Empleando el mismo montaje que en los ensayos anteriores (figura 27) se alimentó el motor a tensión reducida variando la misma hasta que el tacómetro midiera la velocidad asignada de la máquina. En ese momento se midieron las variables consignadas en el cuadro 13.

**Cuadro 13. Mediciones de la prueba a deslizamiento nominal**

Variable	Magnitud	Incertidumbre
Tensión en bornes (V)	31.07	$\pm 0.227$
Corriente de entrada (A)	1.45	$\pm 0.058$
Potencia activa (W)	58.00	$\pm 0.001$
Potencia reactiva (VAr)	50.00	$\pm 0.002$
Factor de potencia	0.76	$\pm 0.0001$

**4.2.9.1 Cálculos.** A partir de los datos medidos en el cuadro 13, se procede a calcular los parámetros asociados a esta prueba según el procedimiento descrito en 4.1.4.1 con las expresiones (56) a (62).

**Cuadro 14. Cálculos basados en la prueba de deslizamiento nominal**

Parámetro	Magnitud	Incertidumbre	Método de cálculo
$V_{2s}$	29.620 (V)	$\pm 1.864$ (V)	Expresión (56)
$\theta_{2s}$	-2.120 (°)	$\pm 0.027$ (°)	Expresión (57)
$I_{Ms}$	0.048 (A)	$\pm 0.002$ (A)	Expresión (58)
$I_{fe\ s}$	1.429 (A)	$\pm 0.043$ (A)	Expresión (59)
$I_{2s}$	1.208 (A)	$\pm 0.037$ (A)	Expresión (60)
$Z_2$	24.520 ( $\Omega$ )	$\pm 1.327$ ( $\Omega$ )	Expresión (61)
$R_2$	0.748 ( $\Omega$ )	$\pm 0.008$ ( $\Omega$ )	Expresión (62)

### 4.3 PARÁMETROS DEL MOTOR A FRECUENCIA FUNDAMENTAL

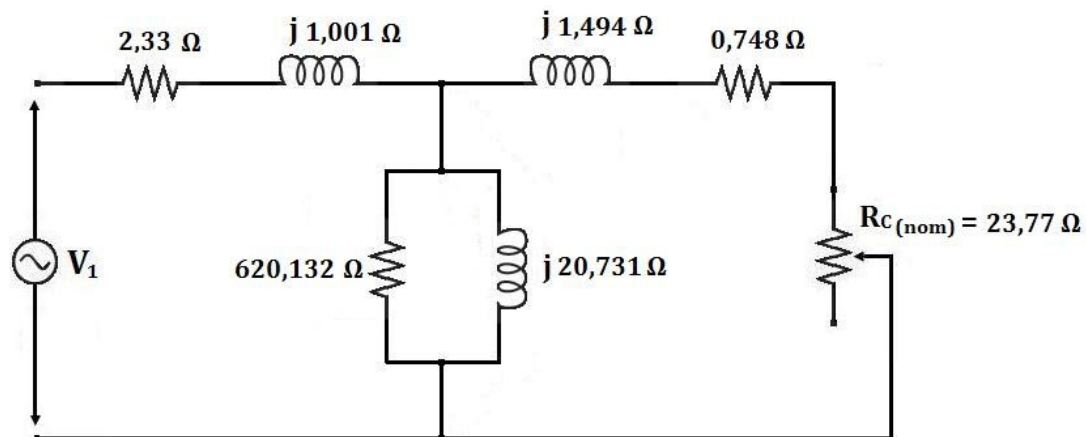
A partir de las pruebas experimentales de laboratorio con los instrumentos y equipos de la UAO es posible obtener los parámetros del circuito equivalente del motor de inducción para su operación ante tensiones sinusoidales, los cuales se resumen en el cuadro 15.

**Cuadro 15. Parámetros del circuito equivalente sin armónicos (elementos pasivos del circuito)**

Parámetro	Magnitud	Incertidumbre	Unidades
$R_1$	2,33	$\pm 0,0544$	$\Omega$
$R_2$	0,748	$\pm 0.008$	$\Omega$
$R_{fe}$	620,132	$\pm 0.356$	$\Omega$
$X_1$	1,001	$\pm 0.006$	$\Omega$
$X_2$	1,494	$\pm 0.0056$	$\Omega$
$X_m$	20,731	$\pm 0.150$	$\Omega$
$S(nom)$	0,0305	$\pm 0.005$	p.u.
$R_c(nom)$	23,77	$\pm 0.0045$	$\Omega$

El circuito equivalente convencional del a figura 7 tendrá los siguientes parámetros a plena carga:

**Figura 29. Circuito equivalente del motor de 3 HP a tensión sinusoidal**



#### 4.4 CÁLCULO DE PARÁMETROS DEL CIRCUITO EQUIVALENTE INCLUYENDO ARMÓNICOS DE TENSIÓN

Fueron determinados de manera experimental los parámetros del circuito eléctrico equivalente del motor trifásico de inducción en condiciones sinusoidales. En este capítulo se establecerán las variaciones necesarias de los parámetros ya determinados, y los valores de las resistencias adicionales del modelo de circuito equivalente del motor alimentado con distorsión armónica de tensión.



A partir de lo expuesto en 2.3, serán calculadas las variables de la figura 11 sin la necesidad de realizar pruebas adicionales, lo que hace a este método fácilmente aplicable en el ámbito académico y en diferentes industrias.

Inicialmente se evaluarán las reactancias inductivas del circuito al igual que la variación de la resistencia de pérdidas en el hierro. Posteriormente se analizará como cambia el deslizamiento con los armónicos para finalmente calcular los valores de las resistencias de pérdidas adicionales agregadas en la modificación del modelo convencional.

**4.4.1 Variación de las reactancias.** Según lo explicado en 2.3.1, y como lo muestra la expresión (16), las reactancias de los circuitos armónicos serán directamente proporcionales al orden de cada armónico.

Se determinarán entonces los valores de las reactancias del circuito de la figura 11 para los armónicos más significativos, es decir, el quinto armónico y el séptimo armónico (el tercero es despreciado pues no produce par de rotación alguno en el motor... Véase 2.2.3...). Los valores a estos armónicos se listan en el cuadro 16.

**Cuadro 16. Variación de las reactancias con armónicos**

Parámetro	Valor a frecuencia fundamental	Valor a quinto armónico	Valor a séptimo armónico
$X_1$	j 1,001 $\Omega$	j 5.005 $\Omega$	j 7.007 $\Omega$
$X_2$	j 1,494 $\Omega$	j 7.50 $\Omega$	j 10.50 $\Omega$
$X_M$	j 20,731 $\Omega$	j 103.7 $\Omega$	j 145.1 $\Omega$

**4.4.2 Variación de la resistencia de pérdidas en el hierro.** La resistencia de perdidas en el hierro variará de acuerdo con lo descrito en la expresión (17). Como los coeficientes de pérdidas por histéresis y por corrientes de Eddy son desconocidos, serán determinados a partir del valor de resistencia de magnetización calculado anteriormente y plasmado en el cuadro 15. A pesar de que estas constantes no son conocidas, es posible asumir que sus contribuciones son iguales, por lo tanto:

$$k_H = k_E = k_{H-E} \quad (72)$$

Reemplazando y despejando  $k_{H-E}$  de (17):

$$k_{H-E} = \frac{1}{R_{fe} \left( \frac{1}{2\pi f} + 1 \right)} \quad (73)$$

Reemplazando  $R_{fe} = 620,132 \, \Omega$  y  $f = 60 \, \text{Hz}$ , se tiene  $k_{H-E} = 1,61 \times 10^{-3}$ . A partir de este valor puede determinarse la variación de este parámetro para el quinto y séptimo armónico:

**Cuadro 17. Variación de la resistencia de pérdidas en el hierro**

Parámetro	Valor a frecuencia fundamental	Valor a quinto armónico	Valor a séptimo armónico
$R_{fe}$	620.132 $\Omega$	620,788 $\Omega$	620,882 $\Omega$

**4.4.3 Variación del deslizamiento con la frecuencia.** De acuerdo con la relación (21) y con el valor de deslizamiento nominal de la máquina calculado en el cuadro 15, se determina el deslizamiento para el quinto y el séptimo armónico.

Se debe tener en cuenta que según lo expuesto en el cuadro 2, el quinto armónico tiene secuencia de fases negativa, por lo tanto el signo de la ecuación (21) será positivo, mientras que para el séptimo armónico siendo de secuencia positiva, será negativo.

**Cuadro 18. Variación del deslizamiento nominal con armónicos**

Parámetro	Valor a frecuencia fundamental	Valor a quinto armónico	Valor a séptimo armónico
$S \text{ (nom)}$	0.0305	1.1939	0.8615

Es de resaltar que el deslizamiento del quinto armónico es mayor que uno, lo cual se explica teniendo en cuenta que el flujo giratorio generado por el sistema trifásico a esta frecuencia gira en dirección contraria al giro mecánico del rotor, debido a su secuencia de fases negativa.

**4.4.4 Estimación del valor de las resistencias de pérdidas adicionales.** Se debe determinar inicialmente los valores de resistencias adicionales de estátor y rotor para frecuencia fundamental. Como las pérdidas en el rotor a tensión sinusoidal son pequeñas, esta resistencia se puede asumir igual a la del estátor.

Así, para obtener el valor de la resistencia  $R_{1L}$  a frecuencia fundamental, se debe resolver la expresión (27), para lo cual es prioridad encontrar el valor de sigma, asociado a la ecuación (30).

Las variables asociadas a esta expresión son:

- $\lambda$ : Representa el porcentaje de la potencia de salida que son las pérdidas adicionales. Para determinar este factor de pérdidas a frecuencia fundamental se recurre a la norma IEC 60034-2-1<sup>40</sup>, que define la relación de las pérdidas adicionales o bajo carga con la potencia nominal de la máquina en estudio, de acuerdo a la curva de la figura 29, tomada de la misma norma. Según está grafica las pérdidas correspondientes al motor de 3 HP en estudio son del orden del 2,2%
- $\eta$ : Es la eficiencia del motor, definida en la placa de características del mismo como 84%
- $\cos\Phi_1$ : Factor de potencia del motor. A partir de los datos de placa se determina este valor como 0,76.
- $V_1$ ,  $I_1$  y  $X_1$ : Valores de tensión, corriente y reactancia de dispersión del estátor.

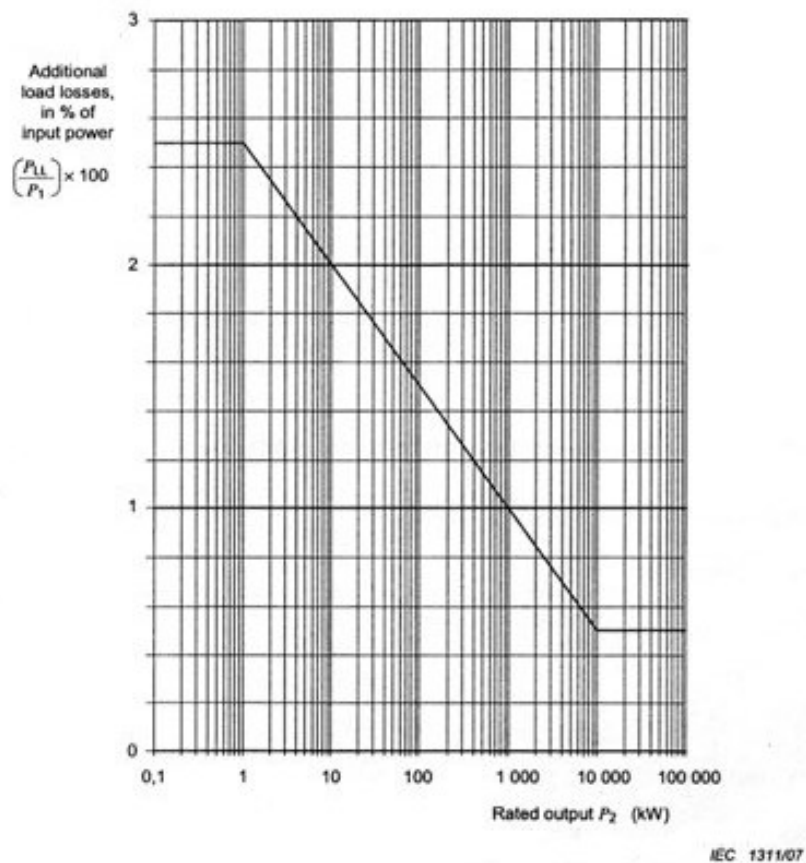
Con los criterios anteriores se determina que  $\sigma = 0,1882$ , con lo cual se termina el valor de la resistencia de pérdidas adicionales del estátor y rotor a frecuencia fundamental con (27).

Para determinar los valores de estas resistencias para las frecuencias asociadas al quinto armónico y al séptimo armónico se emplean las expresiones (31) y (32), recordando el supuesto de que las contribuciones de pérdidas por histéresis y corrientes de Eddy son iguales, por lo que las constantes  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  son iguales a la unidad. Los valores finales de las resistencias son listados en el cuadro 19.

---

<sup>40</sup> INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION IEC. Rotating Electrical Machines. Part 2-1: Standard methods for determining losses and efficiency from tests. IEC 60034-2-1. IEC, 2007, p 38-60.

**Figura 30. Correspondencia asignada de pérdidas bajo carga en motores de inducción**



**Fuente:** INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION IEC. Rotating Electrical Machines. Part 2-1: Standard methods for determining losses and efficiency from tests. IEC 60034-2-1. IEC, 2007, p 38-60.

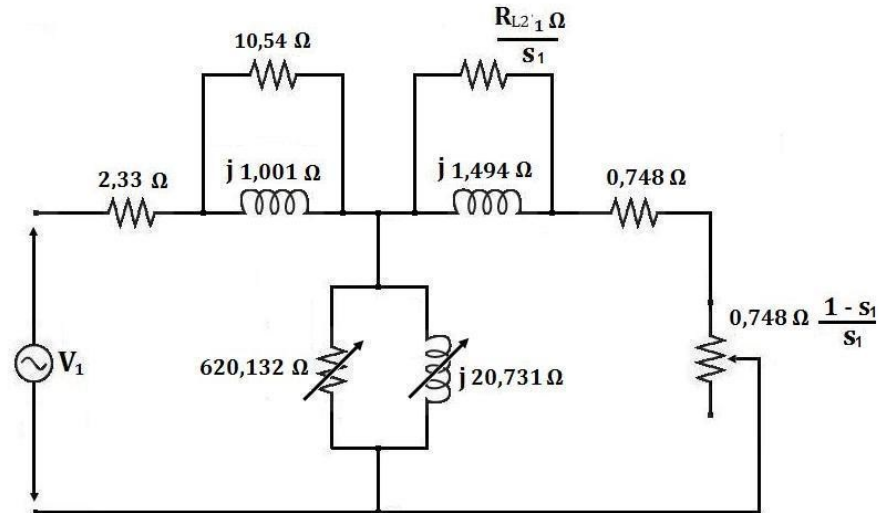
**Cuadro 19. Resistencias de pérdidas adicionales**

Parámetro	Valor a frecuencia fundamental	Valor a quinto armónico	Valor a séptimo armónico
$R_{1L}$	10,54 $\Omega$	10,68 $\Omega$	10,71 $\Omega$
$R_{2L}$	10,54 $\Omega$	Depende del deslizamiento	

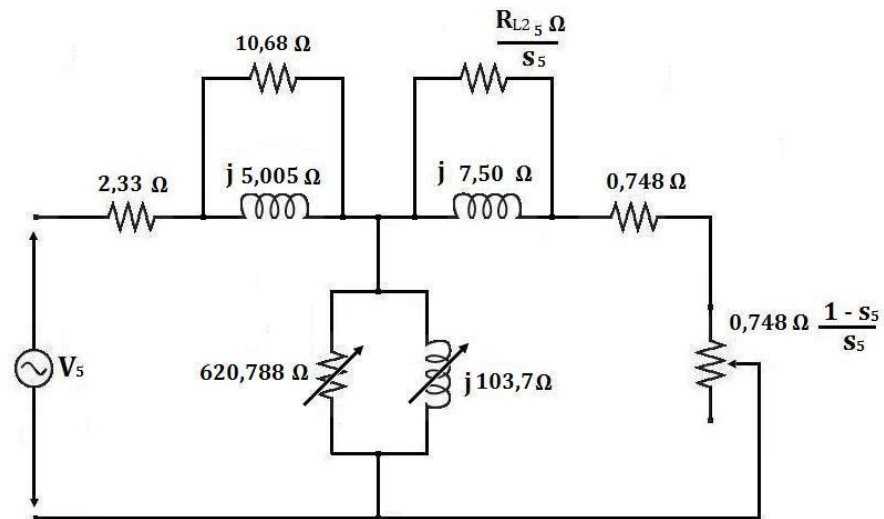
Con lo cual han sido establecidos todos los parámetros asociados al circuito equivalente del motor de inducción con armónicos de tensión propuesto en la figura 11.

Las figuras 31 a 33 muestran los parámetros del circuito equivalente modificado para los armónicos 1, 5 y 7, es decir, alimentados con señales de 60 Hz, 300 Hz y 420Hz respectivamente.

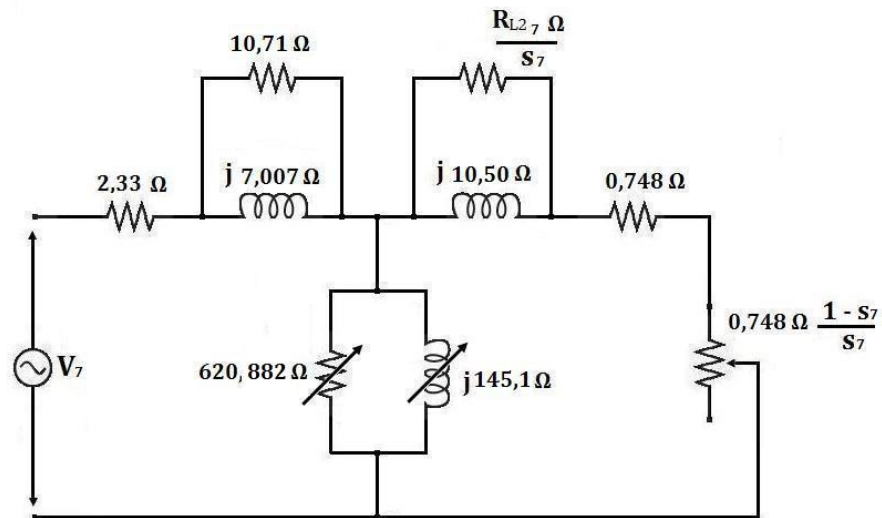
**Figura 31. Parámetros del circuito equivalente del motor de inducción con primer armónico y deslizamiento variable**



**Figura 32. Parámetros del circuito equivalente del motor de inducción con quinto armónico y deslizamiento variable**



**Figura 33. Parámetros del circuito equivalente del motor de inducción con séptimo armónico y deslizamiento variable**



Una vez calculados los parámetros del circuito equivalente con armónicos, se procederá a analizar mediante simulaciones los efectos totales de las tensiones armónicas sobre el motor de inducción.

## 5. SIMULACIONES Y RESULTADOS

En este capítulo serán presentadas las simulaciones planteadas a partir de las ecuaciones, procedimientos y métodos descritos en el capítulo 3, con el fin de determinar los efectos de la distorsión armónica de tensión sobre la operación del motor de inducción con énfasis en la eficiencia, el factor de potencia y la potencia del mismo.

Serán entonces diseñados algoritmos que permitan resolver ágilmente el circuito eléctrico equivalente con distorsión armónica propuesto en el capítulo 2... Véase 2.2... a partir de los parámetros definidos en el capítulo 4... Véase 4.4.4... y con ayuda del software MATLAB® empleando los criterios definidos para analizar cada factor de operación del motor de inducción.

Así, inicialmente se plantearán las formas de onda con las que se realizarán las simulaciones y se caracterizarán las mismas en cuanto a contenido armónico y magnitud de este. Posteriormente se determinará la variación de la eficiencia en la máquina cuando esta se alimenta con tensiones no sinusoidales. Se efectuará entonces el cálculo del factor de potencia dado en cada forma de onda en comparación con el que se obtiene a frecuencia fundamental. Finalmente se estudiará la variación de la potencia de salida del motor con base al criterio de las pérdidas en el estátor planteado anteriormente... Véase 3.5...

### 5.1 CARACTERIZACIÓN DE LA ALIMENTACIÓN: FORMAS DE ONDA Y CONTENIDO ARMÓNICO

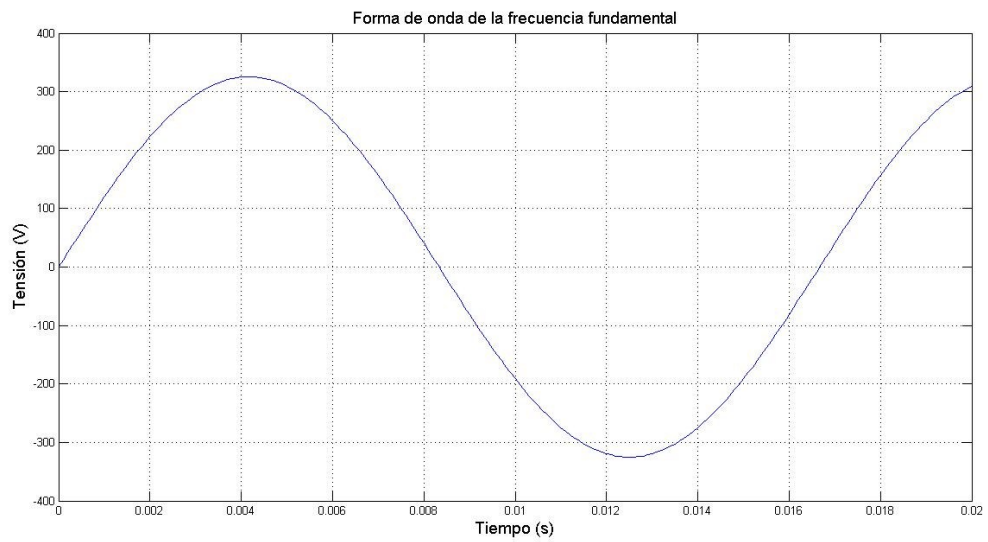
Esta sección define las señales que alimentarán los circuitos equivalentes armónicos en las simulaciones.

Serán empleadas cuatro formas de onda ilustradas entre las figuras 34 a 37 las cuales tienen los siguientes contenidos armónicos:

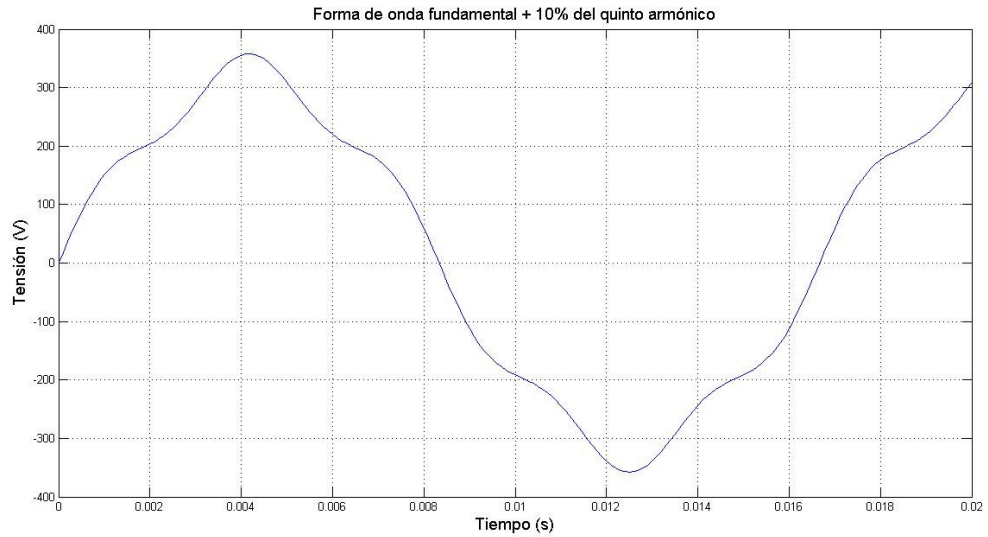
**Cuadro 20. Contenido armónico de las formas de onda**

Forma de onda	Contenido de quinto armónico	Contenido de séptimo armónico
Fundamental	0 %	0 %
Número 1 (figura 31)	10 %	0 %
Número 2 (figura 32)	15 %	10 %
Número 3 (figura 33)	20 %	15 %

**Figura 34. Forma de onda sinusoidal. Sin distorsión armónica**

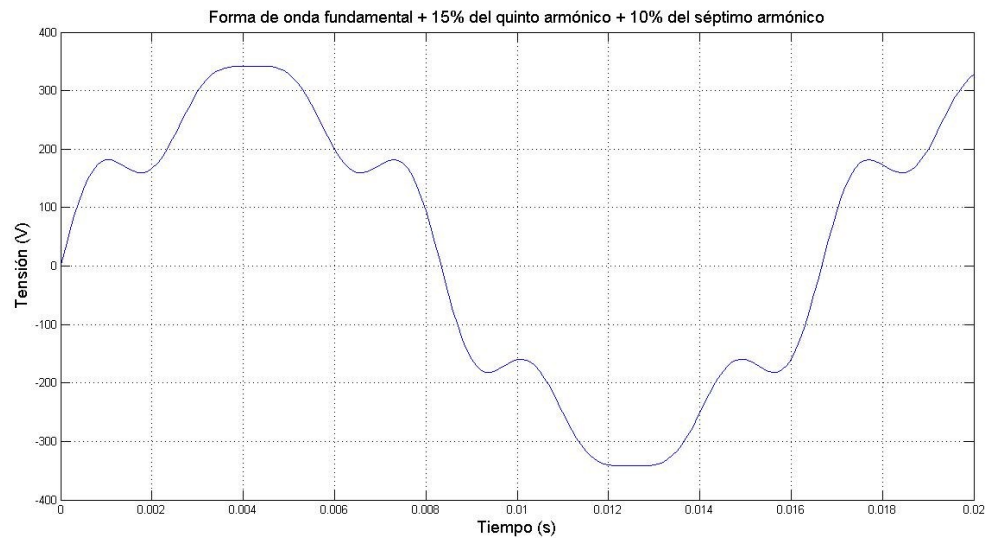


**Figura 35. Forma de onda número 1: 10% del quinto armónico**

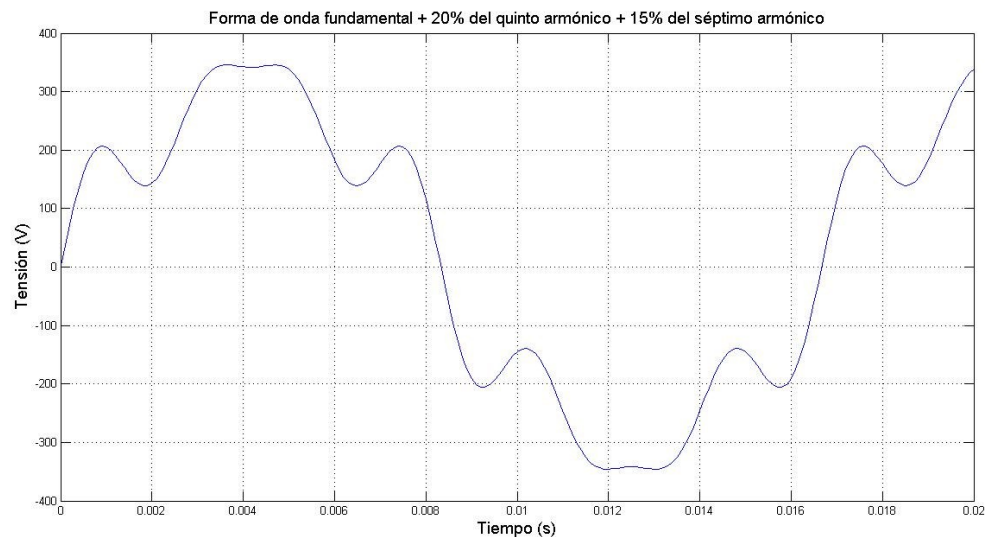




**Figura 36. Forma de onda número 2: 15% del quinto armónico y 10% del séptimo armónico**



**Figura 37. Forma de onda número 3: 20% del quinto armónico y 15% del séptimo armónico**

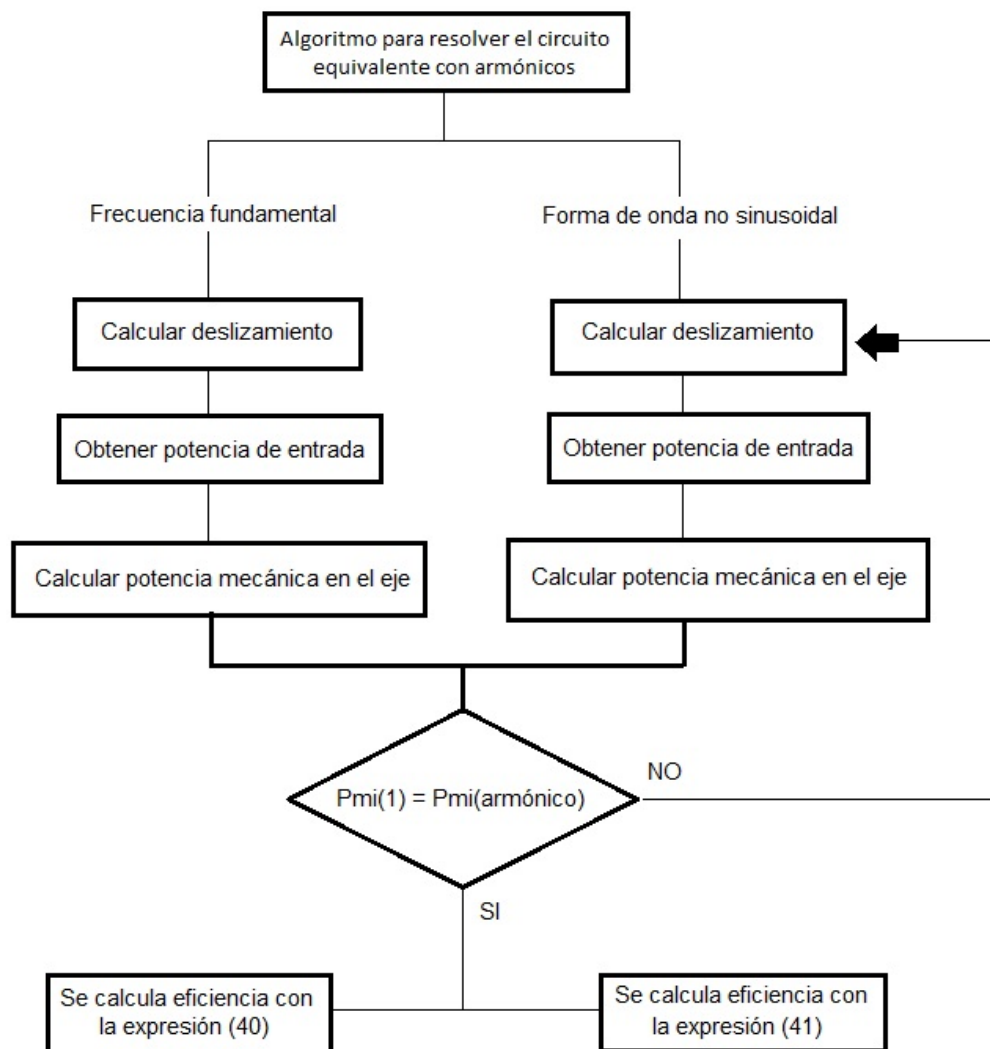


Con las anteriores señales de alimentación se alimentarán los circuitos armónicos para determinar el efecto sobre la potencia, pero solo con las señales de las figuras 34, 36 y 37 se estudiarán la variación de la eficiencia y el factor de potencia, siendo las dos últimas las ondas más distorsionadas y la primera la tensión sinusoidal de control.

## 5.2 EFECTO DE LOS ARMÓNICOS SOBRE LA EFICIENCIA DEL MOTOR

El algoritmo propuesto en la figura 38 tiene como objetivo determinar la eficiencia del motor de inducción alimentado con tensión sinusoidal y con señales distorsionadas. El algoritmo se fundamenta en el procedimiento descrito en el capítulo 3...Véase 3.3... y en el método de resolución del circuito equivalente definido en el mismo capítulo...Véase 3.1...

**Figura 38. Algoritmo para determinar el cambio en la eficiencia del motor de inducción con armónicos**

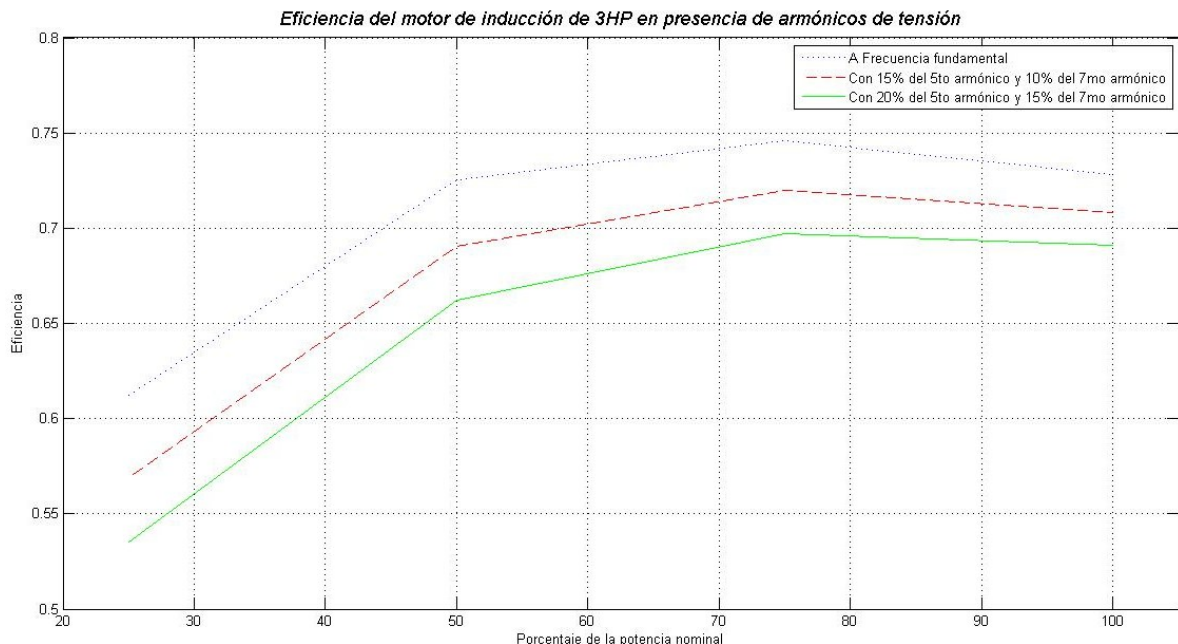


El algoritmo se fundamenta en las pérdidas mecánicas internas y en el deslizamiento del motor con armónicos, pues cuando las primeras son iguales el deslizamiento de la máquina no podrá ser igual debido a las pérdidas adicionales por altas frecuencias, es decir, que deberá variar y para mantener la potencia en el eje constante, será necesario que absorba más potencia eléctrica de la red de alimentación. En ese orden de ideas, se espera que la eficiencia del motor con armónicos disminuya.

Se desarrolla en MATLAB una aplicación que cumple con el algoritmo propuesto en la figura 38 a partir de los parámetros definidos en las figuras 31, 32 y 33, alimentando el mismo con las formas de onda número 2 y número 3 (figuras 36 y 37 respectivamente) y con tensión a frecuencia fundamental.

Se realiza el cálculo de la eficiencia del motor para los tres casos propuestos variando la potencia mecánica en el eje entre el 25% y el 100% de su capacidad nominal, es decir, entre 0.75 HP y 3 HP. Los resultados de esta simulación son ilustrados en la figura 39.

**Figura 39. Efectos de la distorsión armónica de tensión sobre la eficiencia del motor de inducción**



Los resultados de la figura anterior permiten realizar las siguientes observaciones:

- La eficiencia de la máquina se reduce en presencia de tensiones no sinusoidales en un factor que dependerá del orden de los armónicos presentes en la señal de alimentación y de la magnitud de los mismos.
- La eficiencia del motor de inducción es mayor si la potencia en su eje es cercana o igual a la potencia asignada.
- La reducción de la eficiencia del motor en presencia de armónicos de tensión es mayor ante cargas menores, reduciéndose, por ejemplo, un 5,06% con la señal de alimentación número 4 a plena carga, mientras que a media carga se reduce un 8,72%, es decir, la proporción de la reducción de eficiencia crece aproximadamente un 60% al disminuir la carga en un 50%.
- La tendencia al cambio de la eficiencia respecto a la carga no se ve modificada cuando el motor es alimentado con formas de onda distorsionadas.

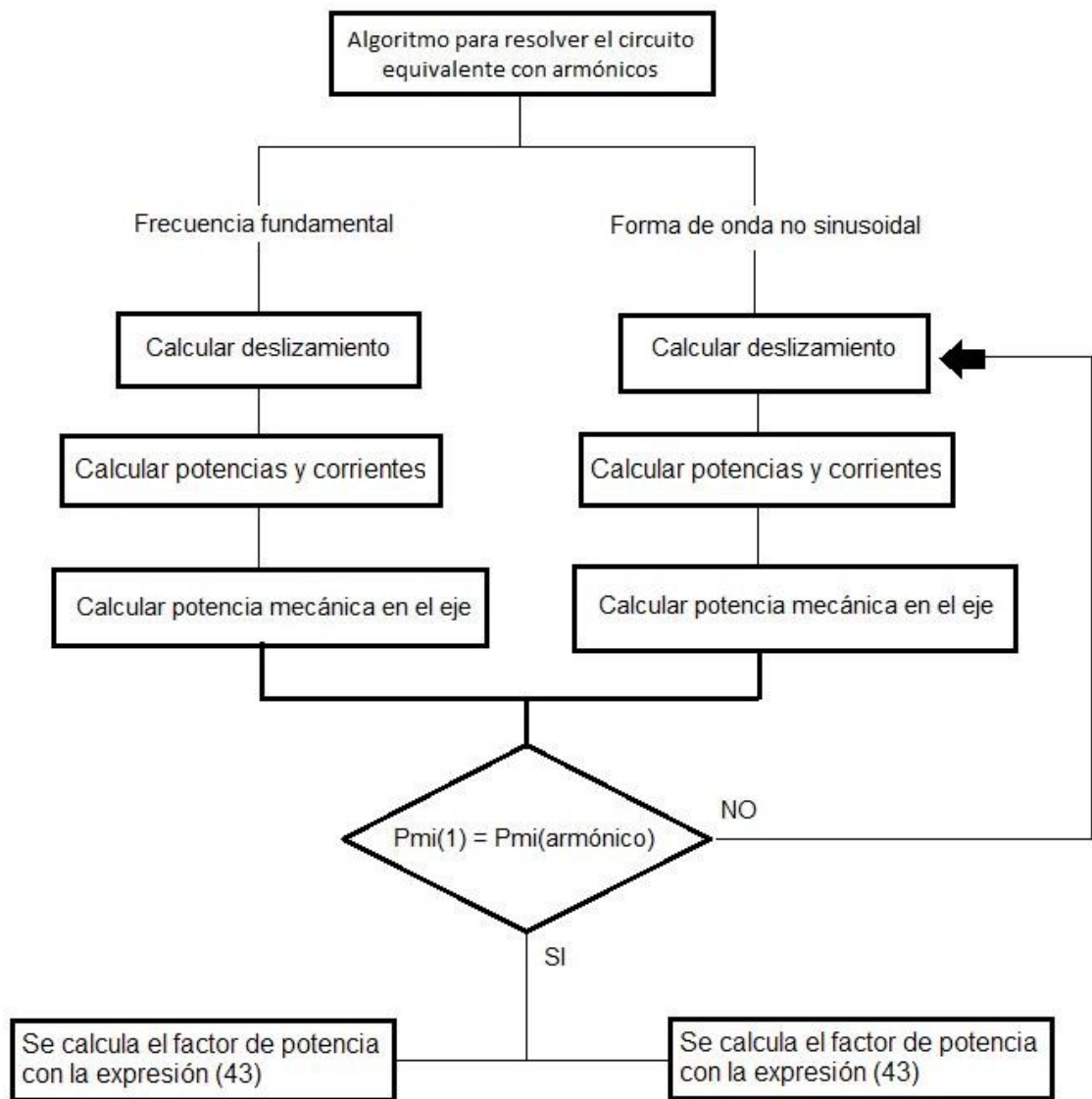
### **5.3 EFECTO DE LOS ARMÓNICOS SOBRE EL FACTOR DE POTENCIA**

El procedimiento para determinar qué efectos producen los armónicos de tensión sobre el factor de potencia del motor de inducción se fundamenta en el algoritmo diseñado para el caso de la eficiencia, es decir, se plantea el funcionamiento del motor a una misma potencia en el eje del rotor (potencia de salida) y se estudia como el incremento en las pérdidas y la potencia de entrada modifican el factor de potencia con los datos de cada circuito armónico y empleando la expresión (43).

En ese orden de ideas se plantea el algoritmo de cuantificación del factor de potencia a tensión sinusoidal y no sinusoidal como el ilustrado en el diagrama de flujo de la figura 40.

Como el factor de comparación para determinar el factor de potencia con armónicos es la misma potencia en el eje empleada para determinar la eficiencia, se utiliza la misma aplicación, adicionando a esta el cálculo de los factores de potencia, sinusoidal y no sinusoidal, a partir de las mismas variables.

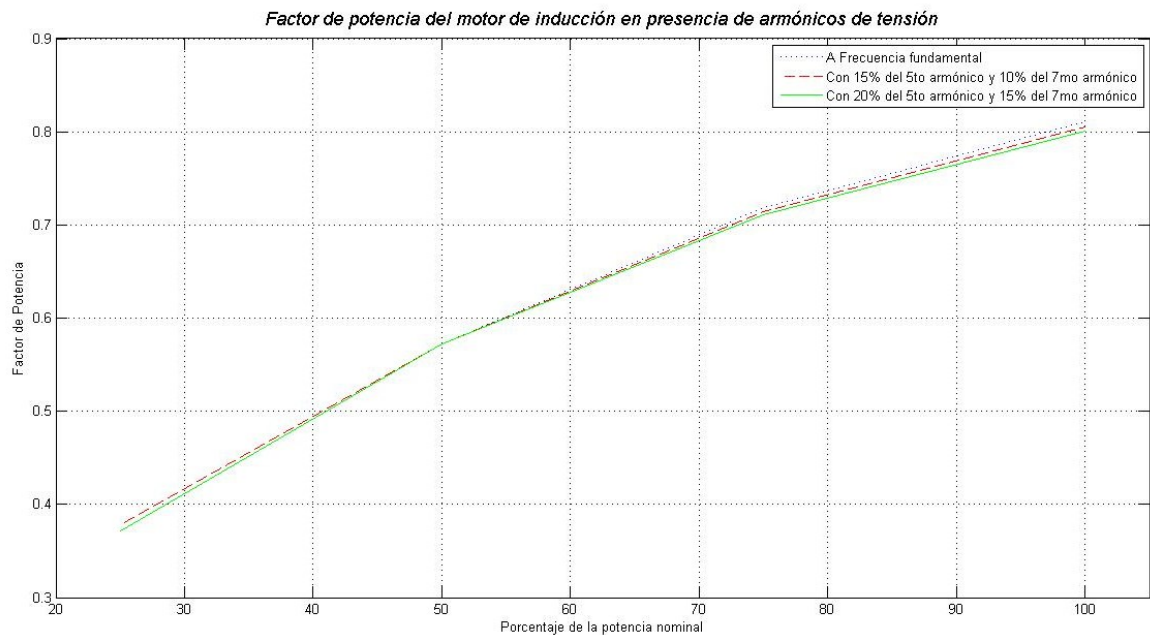
**Figura 40. Algoritmo para determinar el cambio en el factor de potencia del motor de inducción con armónicos**



Se realiza el cálculo del factor de potencia del motor para los tres casos propuestos en la determinación de la eficiencia del mismo, variando la potencia mecánica en el eje entre el 25% y el 100% de su capacidad nominal, es decir, entre 0.75 HP y 3 HP.

Los resultados de esta simulación son ilustrados en la figura 41.

**Figura 41. Efectos de la distorsión armónica de tensión sobre el factor de potencia del motor de inducción**



Se observa a partir de la curva de la figura 41 que el factor de potencia en el motor de inducción de 3 HP *no varía de manera apreciable* en presencia de armónicos de tensión, con lo cual se podría inferir que las altas frecuencias circulando por la máquina alimentada con tensión no sinusoidal *generan un incremento en la potencia activa proporcional al incremento en la potencia reactiva*.

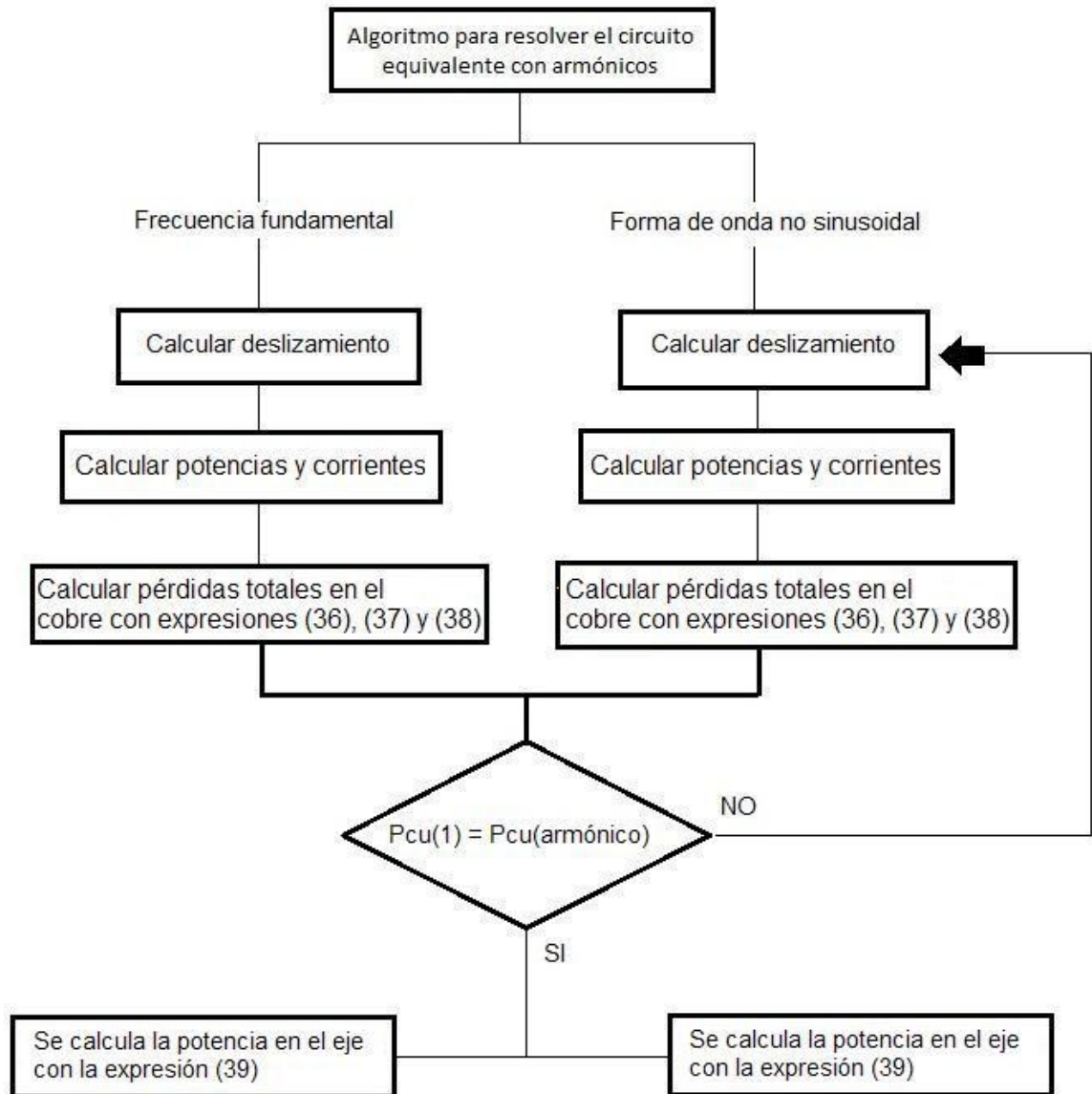
#### 5.4 EFECTO DE LOS ARMÓNICOS SOBRE LA POTENCIA DEL MOTOR

El motor de inducción en presencia de armónicos de tensión genera pérdidas adicionales como ya se demostró con las simulaciones anteriores, disminuyendo su eficiencia al entregar la misma potencia en su eje, sin embargo, estas pérdidas adicionales aumentan la temperatura interna de la máquina reduciendo su vida útil, por lo que es necesario determinar cuál es la potencia que puede entregar un motor de inducción que esté alimentado por señales no sinusoidales sin que se ponga en riesgo su operación ni que se reduzca su vida útil.

El procedimiento a realizar en esta sección se denomina la *desclasificación de la potencia del motor*, puesto que la potencia a la que debe operar el motor para protegerlo es menor que su potencia asignada, por tanto se reducirá su potencia nominal.

Basado en lo descrito en el capítulo 3...Véase 3.5... se plantea el siguiente algoritmo de desclasificación de la potencia del motor a partir de la distorsión armónica de su suministro eléctrico.

**Figura 42. Algoritmo para determinar el cambio en la potencia del motor de inducción con armónicos**

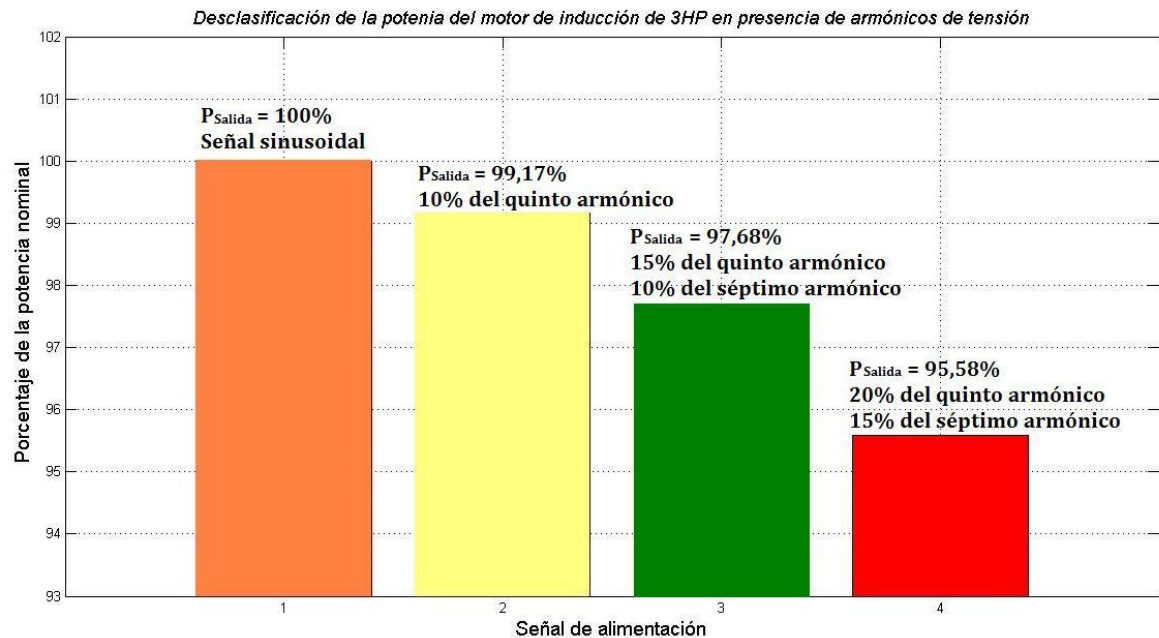


A partir del algoritmo planteado se implementa el código correspondiente al mismo en MATLAB, similar al utilizado en los cálculos de eficiencia y factor de potencia,

pero tomando como punto de comparación las pérdidas totales en el cobre. Como lo ilustra la figura 42, se determina la potencia en el eje cuando las pérdidas en el cobre son iguales, alimentando al motor con las señales ilustradas en las figuras 34 a 37.

La figura 43 muestra los resultados de la simulación, ilustrando el porcentaje de la potencia nominal en el eje que la máquina puede entregar sin poner en riesgo su vida útil ante las diferentes tensiones de alimentación descritas en la misma grafica.

**Figura 43. Efectos de la distorsión armónica de tensión sobre la potencia del motor de inducción**



La grafica anterior ilustra entonces los porcentajes de la potencia que debe desclasificarse en la máquina ante cada uno de los contenidos armónicos descritos. Es de resaltar que ante mayor contenido armónico y mayor magnitud de las tensiones de altas frecuencias presentes, el porcentaje de desclasificación será mayor de manera significativa.

Para el caso del motor de 3 HP simulado se concluye que su funcionamiento en términos de potencia debe reducirse en un 4,42%, es decir, que su potencia nominal será de 2,86 HP. Este porcentaje de disminución de potencia resultaría en una problemática sumamente apreciable en motores de gran tamaño utilizados en la industria, generando pérdidas cuantiosas a las mismas.



## 6. CONCLUSIONES

A partir de la investigación realizada y el desarrollo de este proyecto es posible concluir:

- Los motores trifásicos de inducción alimentados con tensiones no sinusoidales se ven afectados por corrientes a altas frecuencias conocidas como armónicas las cuales aumentan principalmente sus pérdidas en el hierro y sus pérdidas adicionales; las primeras aumentan debido a la pronta saturación del núcleo ferromagnético, mientras las segundas se ven afectadas a partir de diversos fenómenos esencialmente asociados a pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas o de Eddy.
- Es posible predecir la operación del motor de inducción alimentado con tensiones armónicas mediante la modificación del circuito eléctrico equivalente convencional de esta máquina. Para la mencionada modificación se reconoce el incremento que tienen las pérdidas adicionales con los armónicos y se propone adicionar dos resistencias en paralelo a las reactancias que representan los flujos de dispersión de la máquina. Los resultados de este nuevo circuito han sido comprobados por diversos autores en la literatura de la temática.
- Se realizaron pruebas experimentales basadas en las recomendaciones dadas por la norma internacional IEEE 112-2004 para determinar los parámetros del circuito equivalente de un motor de 3 HP. Con base en estos parámetros se determinó el modelo de circuito equivalente modificado para operar con armónicos de tensión.

Se concluye así que utilizando el modelo de circuito modificado es viable predecir la operación de motores trifásicos de inducción alimentados por señales con contenido armónico partiendo solo de pruebas realizadas a frecuencia fundamental, sin la necesidad de ensayos experimentales o equipos adicionales.

- Realizando pruebas experimentales a un motor de 3 HP en condiciones de laboratorio y empleando herramientas de cálculo y simulación se encontró que la eficiencia de los motores de inducción se ve reducida en presencia de

armónicos de tensión; esta reducción depende del orden de los armónicos presentes y de la magnitud de los mismos.

Se halló que la eficiencia alcanzó disminuciones de hasta el 5% a plena carga, y que al operar el motor bajo pequeñas cargas esta reducción alcanzaba valores de hasta el 8% de su eficiencia en condiciones sinusoidales.

- Con base en los resultados de la simulación del circuito equivalente con armónicos en comparación con el circuito equivalente a frecuencia fundamental, se concluye que el factor de potencia del motor de inducción no se ve afectado por la distorsión armónica de tensión en su suministro eléctrico. Se infiere a partir de este resultado que el incremento en la potencia activa causado por las altas frecuencias es proporcional al incremento en la potencia reactiva.
- Para evitar la reducción de la vida útil de un motor de inducción alimentado por tensiones no sinusoidales es necesario desclasificar la potencia del mismo. Se encontró que esta desclasificación de la potencia depende enteramente del contenido armónico de la señal de entrada, siendo mayor en la medida en que existan más armónicos de menor orden y de mayor magnitud.

Para el motor de prueba de 3 HP se calculó la desclasificación de su potencia nominal hasta en un 4%, lo cual significaría pérdidas significativas de productividad en el caso de motores de gran potencia empleados en la industria.

- Este proyecto realiza un aporte a la investigación respecto a la operación de los motores de inducción alrededor del cálculo del mismo, cuyos resultados poseen tendencias que concuerdan con los resultados publicados anteriormente por otros autores con trabajos afines al tema.

## **7. RECOMENDACIONES**

Se recomienda que la metodología seguida en este proyecto sea aplicada, en lo relativo a la desclasificación de la potencia, en todos los motores que estén alimentados por señales apreciablemente distorsionadas, bien sea por parte de la red de suministro eléctrico o por parte de dispositivos de control. A partir del estudio de la potencia del motor, se debe analizar la relación costo-beneficio existente entre desclasificar la potencia del motor analizado o realizar acciones correctivas respecto a la mejora de los parámetros de calidad de energía en cuanto al filtrado de los armónicos que alimentan al motor.

Así mismo se sugiere a los usuarios de motores trifásicos de inducción realizar un seguimiento a las características de calidad de la energía de las redes de alimentación de las máquinas eléctricas, así como de sus dispositivos de control, para caracterizar y tener presente los contenidos armónicos y con ello las pérdidas adicionales que pueden tener estas máquinas.

Adicionalmente se recomienda que en la Universidad Autónoma de Occidente sea implementado un laboratorio con disponibilidad de fuentes armónicas controlables para verificar la metodología desarrollada en este proyecto.

## BIBLIOGRAFÍA

BAIRD, D. C. Experimentación. Una introducción a la teoría de mediciones y al diseño de experimentos. 2 ed. México: Prentice-Hall, 1991, 207 p.

BOYLESTAD, Robert L. Introducción al análisis de circuitos. 10 ed. México: Pearson Educación, 2004, 1248 p, ISBN: 970-26-0448-6.

CHALMERS, B.J. y SARKAR, B.R. Induction-Motor Losses due to nonsinusoidal supply waveforms. En: Proceedings of the Institution of Electrical Engineers IEE, vol. 115, No. 12, 1968, p 1777 – 1782.

CHAPMAN. Stephen J. Máquinas Eléctricas. México: McGraw-Hill Interamericana de México. 1988, p 523-525, ISBN 968-422-149-5.

COCHRAN, Paul L. Polyphase Induction Motors. Analysis, Design, and Application. Nueva York: Marcel Dekker, INC., 1989, p 33-96.

DOGGETT, L.A. y QUEER, E.R. Induction motor operation with Nonsinusoidal impressed voltages. En: Transactions of the American Institute of Electrical Engineers - AIEE, vol. 48, No. 4, 1929, p 1217-1220.

EAST TENNESSEE STATE UNIVERSITY - ETSU, *et al.* Energy Savings with Electric Motors and Drives. Good Practice Guide 2. 2 ed. Londres: Crown, 1998, p 1-5.

FRAILE MORA, Jesús. Máquinas Eléctricas. 6 ed. Madrid: McGraw-Hill, 2008, p 259-378.

FUCHS, Ewald F. y MASOUM, Mohammad A.S. Power Quality in Power Systems and Electrical Machines. Boston: Elsevier Academic Press. 2008, p 109-154.

GRAJALES, John; RAMÍREZ, José y CADAVID, Diego. Efectos de los armónicos en motores de inducción: una revisión. En: Revista Facultad de Ingeniería. Universidad de Antioquia. Junio, 2004. No. 31, p 116 – 123.

HONSINGER, V. B. Induction motors operating from inverters. En: 1980 Annual Meeting IEEE Industry Applications Society, Memorias, p 1276-1285.

HT. Manual de instrucciones. PQA400 – PQA823 – PQA824. Faenza: HT Italia. 2006, p 1 - 121.

INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS IEEE. IEEE Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators. IEEE, IEEE Std. 112 - 2004 (Revisión de IEEE Std 112-1996), 2004, p 1-32.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION IEC. Rotating Electrical Machines. Part 2-1: Standard methods for determining losses and efficiency from tests. IEC 60034-2-1. IEC, 2007, p 38-60.

JALILIAN, A.; GOSBELL, V.J. y PERERA, B.S.P. Performance of a 7.5kW Induction Motor under Harmonically Distorted Supply Conditions. En: 2000 Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (7 – 10, Marzo), Memorias, IEEE, 2000, p 355-359.

KIRSCHEN, Daniel S; NOVOTNY, Donald W y SUWANWISOOT, Warin. Minimizing induction motor losses by excitation control in variable frequency drives. En: IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-20, No. 5, 1984, p 1244-1250.

KLINGSHIRN, E.A. y JORDAN, H.E. Polyphase Induction Motor Performance and Losses on Nonsinusoidal Voltage Sources. En: IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 87, No.3, 1968, p 624-631.

MURPHY, J. M. D. y HONSINGER, V. B. Efficiency optimization of inverter-fed induction motor drives. En: 13th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference. Memorias, 1982, p 544–552.

PAPAZACHAROPOULOS, Z. *et al.* Dynamic Induction Motor Model for non-sinusoidal Supply. En: IEEE 33rd Annual Power Electronics Specialists Conference, Memorias, Vol. 2. IEEE, 2002, p 845 – 850.

QUISPE OQUEÑA, Enrique Ciro. Calidad de la energía eléctrica, bases teóricas y definiciones. En: Diplomado Calidad de la Energía Eléctrica. Modulo 1. Agosto, 1999, Cali, Colombia, 62 p.

------. Efectos del desbalance y los Armónicos de Voltaje en la Operación de los Motores de Inducción. En: I Congreso Internacional sobre uso Racional y Eficiente de la Energía CIUREE 2004 (4-6, Noviembre: Cali, Valle del Cauca). Memorias. Cali. Universidad del Valle, Universidad Autónoma de Occidente, Universidad Nacional de Colombia. 2004. p 214 – 218.

------. Efectos del desequilibrio de tensiones sobre la operación del motor de inducción trifásico. Énfasis en la caracterización del desequilibrio de tensiones y el efecto sobre la potencia nominal. Tesis de doctorado en ingeniería con énfasis en Ingeniería Eléctrica. Cali: Universidad del Valle. Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería Eléctrica y Electrónica. 2012, 222 p.

------. Una Visión Integral para el uso Racional de la Energía en la Aplicación de Motores Eléctricos de Inducción. En: El Hombre y la Máquina, Número 20-21, julio-diciembre, 2003, p 52-59.

RAMÍREZ CASTAÑO, Samuel y CANO PLATA, Eduardo Antonio. Calidad del Servicio de Energía Eléctrica. Manizales: Universidad Nacional de Colombia – Sede Manizales. 2003, p 3-5.

RAMÍREZ VAZQUEZ, José. Medidas Eléctricas. Enciclopedia CEAC de electricidad. 3 ed. Barcelona: Ediciones CEAC S.A., 1989, p 15-34.

SEN, Pankaj K. y LANDA, Héctor A. Derating of Induction Motors due to Waveform Distortion. En: 36th Annual Petroleum and Chemical Industry Conference (11 – 13, Septiembre), Memorias, IEEE Industrial Applications Society, 1989, p 29-34.

SEN, Paresh Chandra. Principles of electric machines and power electronics. 2 ed. Nueva York: John Wiley & Sons Inc., 1997, p 271-277. ISBN 0-471-02295-0.

SHIMPO. Hand digital tachometer. DT-205B instruction manual. Illinois: Shimpco. 1987, p 1-4.

UNI-TREND INTERNATIONAL LIMITED. Uni-T. Model UT50A/B/C operating manual. Kwun Tong: UNI-TREND TECHNOLOGY. 2001, p 1-30.

VAMVAKARI, A. *et al.* Analysis of Supply Voltage Distortion Effects on Induction Motor Operation. En: IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 16, No. 3, Septiembre de 2001, p 209 – 213.

WEG. Motores de inducción alimentados por convertidores de frecuencia PWM. Guía técnica. [En línea]. WEG. 22 de Marzo de 2011 [Consultado 02 de Septiembre de 2011]. Disponible en Internet: <<http://catalogo.weg.com.br/files/wegnet/WEG-motores-de-induccion-alimentados-por-convertidores-de-velocidad-pwm-029-articulo-tecnico-espanol.pdf>>.

-----, Three phase motor. W21. Technical Catalogue. Indian Market. [En línea], Jaraguá do Sul: WEG Equipamentos Elétricos S.A., 2009, p 34-35 [Consultado 03 de Abril de 2012]. Disponible en internet: <<http://catalogo.weg.com.br/files/wegnet/WEG-w21-three-phase-motor-indian-market-013-brochure-english.pdf>>.

WILLIAMSON, A. C. The effects of system harmonics upon machines. En: Int. J. Elect. Enging. Educ. Manchester U.P., Vol. 19, 1982, p 145-155.

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ALLER, José Manuel. Máquinas Eléctricas Rotativas: Introducción a la Teoría General. Caracas: Equinoccio, 2006, 471 p. ISBN 980-237-223-4.

AMAR, M. y KACZMAREK, R. A general formula for prediction of iron losses under nonsinusoidal voltage waveform. En: IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 31, No. 5, 1995, p 2504-2509.

KHEDERZADEH, M. Enhanced Thermal Model for Motors Fed with Distorted Waveforms. En: IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2007, p 1-8.

KINNARES, V., *et al.* Effect of motor parameter changes on harmonic power loss in PWM fed induction motors. En: IEEE International Conference on Power Electronics and Drive Systems, PEDS, Hong Kong, Julio de 1999, p 1061-1066.

MÖLDER, H.; VINNAL, T. y BELDJAJEV V. Harmonic losses in induction motors caused by voltage waveform distortions. En: Electric Power Quality and Supply Reliability Conference (PQ), 2010, p 143-150.

SINGH, G. K. A research survey of induction motor operation with non-sinusoidal supply wave forms. En: Electric Power Systems Research, Vol. 75, No. 2–3, Agosto de 2005, p 200-213.

SOUSA, G.C.D., *et al.* Loss modeling of converter induction machine system for variable speed drive. En: Proceedings of the 1992 International Conference on Power Electronics and Motion Control, 9-13 Noviembre de 1992, p 114-120.

VAMVAKARI, A., *et al.* High fidelity equivalent circuit representation of induction motor determined by finite elements for electric vehicle drive applications. En: IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 35, No. 3, 1999, p 1857-1860.

VENKATESAN, K. y LINDSAY, James F. Comparative study of the losses in voltage and current source inverter fed induction motors. En: IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-18, No. 3, 1982, p 240-246.